

MARCOS VINÍCIUS DA SILVA NÓBREGA

SÍNTESE DE CONTROLADORES ATIVOS DE RUÍDO EM DUTOS

Dissertação apresentada ao  
Departamento de Engenharia da PUC/RJ  
como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Mestre em  
Ciências de Engenharia Elétrica.

Orientador: Paulo Léo Manassi Osório

Departamento de Engenharia Elétrica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, 15 de janeiro de 1993

**A Meu Pai.**

## Meus agradecimentos

- a Paulo Léo M. Osório, orientador da tese, pela orientação e pelo inestimável auxílio nos vários obstáculos encontrados durante a execução dos testes.
- ao professor Jacques Szczupak pela colaboração durante a execução deste trabalho.
- ao professor Moysés Zindeluk por ter colocado a disposição o Laboratório de Acústica e Vibrações da COPPE, no qual foi realizado o experimento desta tese.
- ao engenheiro Anderson Pessoa, do Laboratório de Acústica e Vibrações da COPPE, pelo apoio oferecido durante a etapa de testes.
- aos meus colegas pelo apoio e incentivo.
- ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo auxílio financeiro oferecido durante o curso.

## RESUMO

### SÍNTESE DE CONTROLADORES ATIVOS DE RUÍDO EM DUTOS

Inicialmente apresenta-se uma revisão sobre diversos tópicos relacionados com o controle ativo de ruído em dutos. Entre eles abordam-se algumas configurações acústico/geométricas conhecidas e analisam-se as possibilidades e limitações próprias do sistema adotado (monopolo acústico). Apresentam-se também uma revisão de algumas das descrições do sistema através de diagramas de blocos e alguns métodos para se determinar as características do controlador. Posteriormente, juntamente ao estudo de uma técnica de identificação paramétrica, faz-se uma análise sobre a utilização de ponderação (no domínio da frequência) aplicada durante o processo de identificação. Como resultado deste estudo, propõe-se um novo processo para se determinar os parâmetros do controlador. Discute-se a aplicação de controle adaptativo no controle de ruído em dutos e desenvolve-se também um algoritmo LMS-IIR para esta finalidade. Finalmente, determina-se através de experimentos e de técnicas de identificação, os parâmetros dos controladores para atuar sobre ruídos de faixa ampla e avalia-se o desempenho dos controladores determinados.

## ABSTRACT

### SYNTHESIS OF ACTIVE CONTROLERS FOR NOISE IN DUCTS

Firstly it is presented a review of many topics related to active noise control in ducts. Some known acoustic/geometric configurations are included in the study, followed by the analysis of the capabilities and limitations intrinsic to the system (acoustic monopole). It is also presented a review of some representation of the system in block diagrams and of the related methods to find the controller characteristics. A parametric identification technique is applied to the case study, followed by the use of weighting in the frequency domain as part of the identification process. As a result of this study it is suggested a new method to find the controller parameters. The discussion on the application of adaptive control to noise attenuation in ducts is supported by a suggested LMS-IIR algorithm. Finally, experimentation and identification techniques are used to determine the controllers parameters for broadband noise. Their performance is also evaluated.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	VIII
LISTA DE TABELAS	XIV
LISTA DE ABREVIATURAS	XV
1. INTRODUÇÃO	1
2. SISTEMAS DE CONTROLE DE RUÍDOS EM DUTOS	5
2.1 ARRANJO GEOMÉTRICO DOS SISTEMAS	5
2.2 CONTROLADORES	13
3. LIMITAÇÕES DO SISTEMA ACÚSTICO E POSICIONAMENTO DO DETETOR	15
3.1 LIMITAÇÕES DO SISTEMA ACÚSTICO	15
3.2 ENQUADRAMENTO DO PROBLEMA AO CASO UNIDIMENCIONAL	15
3.3 POSICIONAMENTO DO DETETOR	18
4. MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DO CONTROLADOR IDEAL	20
4.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE DE RUÍDO ATRAVÉS DE DIAGRAMAS DE BLOCOS	20
4.1.1 DIAGRAMA DE BLOCOS - 1	20
4.1.1.1 DESCRIÇÃO DE UM SEGMENTO DO DUTO SEM DESCONTINUIDADE - $T_n$	25
4.1.1.2 DESCRIÇÃO DA EXTREMIDADE DIREITA DO DUTO - $\Gamma_x$	26
4.1.1.3 DESCRIÇÃO DA FONTE PRIMÁRIA - $\Gamma_p$ e $A_p$	27
4.1.1.4 DESCRIÇÃO DA FONTE SECUNDÁRIA - $\Gamma_s$ , $X_s$ e $A_s$	29
4.1.2 DIAGRAMA DE BLOCOS - 2	34

4.1.3	DIAGRAMA DE BLOCOS - 3	36
4.2	DETERMINAÇÃO DO CONTROLADOR IDEAL	41
5.	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR	43
5.1	ALGUNS PROCEDIMENTOS PARA OBTENÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO CONTROLADOR	43
5.1.1	ALGORÍTMO DE ROURE	43
5.1.2	ALGORÍTMO DE ROSS	47
5.2	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS (IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA)	49
5.2.1	DEFINIÇÃO DO PREDITOR E DO ERRO DE PREDIÇÃO	50
5.2.2	MINIMIZAÇÃO DO ERRO DE PREDIÇÃO	52
5.2.3	CONDIÇÕES PARA CONVERGÊNCIA	55
5.2.4	LIMITE DE CONVERGÊNCIA-ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	57
5.3	PONDERAÇÃO	59
5.4	NOVO ALGORÍTMO DE IDENTIFICAÇÃO PARA CONTROLE DE RÚIDO EM DUTOS	67
5.4.1	DEFINIÇÃO DOS SINAIS	68
5.4.2	ALGORÍTMO DE IDENTIFICAÇÃO	69
6.	CONTROLE ADAPTATIVO	71
6.1	"STEEPEST DESCENT" E "LEAST MEAN SQUARE" (LMS) - (REVISÃO)	72
6.1.1	"STEEPEST DESCENT"	72
6.1.2	"LEAST MEAN SQUARE" (LMS)	75
6.2	ALGORÍTMO LMS (FIR) E O CONTROLE DE RÚIDO EM DUTOS	77
6.3	FILTROS ADAPTATIVOS IIR	81
6.4	FILTROS ADAPTATIVOS LMS (IIR) NO CONTROLE ATIVO DE RÚIDOS	84

6.5 RLMS (Recursive Least Mean Square)	87
7. EXPERIMENTO-1 (COLETA DE DADOS) E IDENTIFICAÇÃO	92
7.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DO DUTO	92
7.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SISTEMA DE CONTROLE	93
7.3 CARACTERÍSTICAS DOS COMPONENTES DO SISTEMA	96
7.4 PROGRAMAS	98
7.5 PROCEDIMENTOS DE MEDIDA	100
7.6 IDENTIFICAÇÃO.	107
7.6.1 IDENTIFICAÇÃO SEM PONDERAÇÃO	108
7.6.2 IDENTIFICAÇÃO COM PONDERAÇÃO	109
7.6.3 IDENTIFICAÇÃO COM MÉTODO PROPOSTO (SEM PONDERAÇÃO)	110
7.6.4 IDENTIFICAÇÃO COM MÉTODO PROPOSTO (COM PONDERAÇÃO)	111
8. AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONTROLADORES E CONCLUSÃO	112
8.1 CARACTERÍSTICAS DOS CONTROLADORES OBTIDOS	112
8.2 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONTROLADORES ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES	128
8.3 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONTROLADORES NO SISTEMA REAL	135
8.3.1 IMPLEMENTAÇÃO DOS FILTROS (CONTROLADORES)	135
8.3.2 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO	135
8.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	141
8.5 CONCLUSÃO	143
APÊNDICE A	146
A.1 TRANSFERÊNCIAS DO DIAGRAMA DE BLOCOS-2	146
A.2 TRANSFERÊNCIAS DO DIAGRAMA DE BLOCOS-2	147
APÊNDICE B	148

B.1 LMS IIR NO CONTROLE DE RUÍDO EM DUTOS	148
B.2 LMS FIR NO CONTROLE DE RUÍDO EM DUTOS	153
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	154
GLOSSÁRIO	159

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1	Monopolo acústico	5
Figura 2.2	Tripolo acústico	6
Figura 2.3	Dipolo acústico	7
Figura 2.4	Monopolo duplo	8
Figura 2.5	Estrutura "feedback"	10
Figura 2.6	Diagrama de blocos da estrutura "feedback"	11
Figura 3.1	Definição do sistema de coordenadas	16
Figura 4.1	Descrição do posicionamento dos componentes do sistema de controle no duto	21
Figura 4.2	Diagrama de blocos - 1	24
Figura 4.3	Detalhe da reflexão junto à extremidade direita do duto	27
Figura 4.4	Equivalente elétrico do acoplamento da fonte primária ao duto	28
Figura 4.5	Detalhe da "geração"/reflexão junto à fonte primária	29
Figura 4.6	Detalhe da reflexão/transmissão junto à fonte secundária	30
Figura 4.7	Equivalente elétrico do acoplamento da fonte secundária ao duto	31
Figura 4.8	Detalhe da "geração"/transmissão/reflexão junto à fonte secundária	32
Figura 4.9	Diagrama de blocos - 2	34
Figura 4.10	Diagrama de blocos da transferência Tpd	35

Figura 4.11	Diagrama de blocos da transferência Tpo	35
Figura 4.12	Diagrama de blocos da transferência Tsd	36
Figura 4.13	Diagrama de blocos da transferência Tso	36
Figura 4.14	Diagrama de blocos - 3. a) Versão inicial b) Versão final	38
Figura 4.15	Transferência Pi	39
Figura 4.16	Transferência Pd	39
Figura 4.17	Transferência Pe	40
Figura 4.18	Transferência F	40
Figura 4.19	Transferência W	40
Figura 5.1	Diagrama de blocos do sistema com a adição dos ruidos de medida	44
Figura 5.2	Experimento de C.F.Ross	49
Figura 5.3	Definição do erro de predição	51
Figura 5.4	Modelo ARX. a) Representação usando blocos FIR. b) Representação usando blocos IIR	54
Figura 5.5	Estrutura tipo FIR	64
Figura 5.6	Estrutura IIR com erro de saída. a) Representação com blocos FIR b) Representação com blocos IIR	65
Figura 5.7	Regressão pseudolinear recursiva (RPSR)	66
Figura 5.8	Detalhe dos sinais no algoritmo de Ross	68
Figura 5.9	Definição do sinal erro para o novo algoritmo	69
Figura 6.1	Sistema de controle adaptativo	72
Figura 6.2	Detalhe do controlador (FIR)	73
Figura 6.3	Controle adaptativo com filtro LMS (FIR)	77
Figura 6.4	Sistema adaptativo para controle de ruído em	

	duto	78
Figura 6.5	Sistema adaptativo para controle de ruído em duto usando um filtro LMS (FIR)	80
Figura 6.6	Controle adaptativo com filtro LMS (IIR)	84
Figura 6.7	Sistema adaptativo para controle de ruído em duto usando um filtro LMS (IIR)	86
Figura 6.8	Algoritmo RLMS	88
Figura 6.9	Algoritmo "LMS Filtered-U" com modelagem "on-line" dos blocos $T_o$ e $P_e$	90
Figura 7.1	Duto e os pontos de coleta de dados	93
Figura 7.2	Resposta de frequência da cápsula de eletreto usada na implementação dos microfones detetor e observador	97
Figura 7.3	Disposição dos blocos para a realização das medidas	101
Figura 7.4	Resposta impulsional de $T_{po}$ . Tempo em segundos	103
Figura 7.5	Módulo de $T_{po}(f)$ . (dB x Hz)	103
Figura 7.6	Resposta impulsional de $T_{pd}$ . Tempo em segundos	104
Figura 7.7	Módulo de $T_{pd}(f)$ . (dB x Hz)	104
Figura 7.8	Resposta impulsional de $T_{so}$ . Tempo em segundos	105
Figura 7.9	Módulo de $T_{so}(f)$ . (dB x Hz)	105
Figura 7.10	Resposta impulsional de $T_{sd}$ . Tempo em segundos	106
Figura 7.11	Módulo de $T_{sd}(f)$ . (dB x Hz)	106
Figura 7.12	Esquema geral do processo de identificação	108
Figura 8.1	Módulo do controlador ideal (dB x Hz)	113
Figura 8.2	Fase do controlador ideal (Graus x Hz)	113
Figura 8.3	Módulo do controlador CF1 (dB x Hz)	114

Figura 8.4	Fase do controlador CF1 (Graus x Hz)	114
Figura 8.5	Módulo do controlador CF2 (dB x Hz)	115
Figura 8.6	Fase do controlador CF2 (Graus x Hz)	115
Figura 8.7	Módulo do controlador CF3 (dB x Hz)	116
Figura 8.8	Fase do controlador CF3 (Graus x Hz)	116
Figura 8.9	Módulo do conjunto de filtros de ponderação F1.F2 (dB x Hz)	117
Figura 8.10	Módulo do conjunto de filtros de ponderação F1.F2.F3 (dB x Hz)	117
Figura 8.11	Módulo do controlador CP1 (dB x Hz)	118
Figura 8.12	Fase do controlador CP1 (Graus x Hz)	118
Figura 8.13	Módulo do controlador CP2 (dB x Hz)	119
Figura 8.14	Fase do controlador CP2 (Graus x Hz)	119
Figura 8.15	Módulo do controlador CP3 (dB x Hz)	120
Figura 8.16	Fase do controlador CP3 (Graus x Hz)	120
Figura 8.17	Módulo do controlador CXF1 (dB x Hz)	121
Figura 8.18	Fase do controlador CXF1 (Graus x Hz)	121
Figura 8.19	Módulo do controlador CXF2 (dB x Hz)	122
Figura 8.20	Fase do controlador CXF2 (Graus x Hz)	122
Figura 8.21	Módulo do controlador CXF3 (dB x Hz)	123
Figura 8.22	Fase do controlador CXF3 (Graus x Hz)	123
Figura 8.23	Módulo do controlador CXP1 (dB x Hz)	124
Figura 8.24	Fase do controlador CXP1 (Graus x Hz)	124
Figura 8.25	Módulo do controlador CXP2 (dB x Hz)	125
Figura 8.26	Fase do controlador CXP2 (Graus x Hz)	125
Figura 8.27	Módulo do controlador CXP3 (dB x Hz)	126
Figura 8.28	Fase do controlador CXP3 (Graus x Hz)	126
Figura 8.29	Controlador CXF1. Comparação entre o ruído(—) e -(anti-ruído)(.....) junto ao observador. Tempo	

	em segundos	131
Figura 8.30	Controlador CXF1. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (-----). (dB x Hz)	131
Figura 8.31	Controlador CXF1. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz)	131
Figura 8.32	Controlador CXF2. Comparação entre o ruído(—) e -(anti-ruído)(-----) junto ao observador. Tempo em segundos	132
Figura 8.33	Controlador CXF2. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (-----). (dB x Hz)	132
Figura 8.34	Controlador CXF2. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz)	132
Figura 8.35	Controlador CXF3. Comparação entre o ruído(—) e -(anti-ruído)(-----) junto ao observador. Tempo em segundos	133
Figura 8.36	Controlador CXF3. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (-----). (dB x Hz)	133
Figura 8.37	Controlador CXF3. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz)	133
Figura 8.38	Controlador CXP3. Comparação entre o ruído(—) e -(anti-ruído)(-----) junto ao observador. Tempo em segundos	134
Figura 8.39	Controlador CXP3. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (-----). (dB x Hz)	134
Figura 8.40	Controlador CXP3. Atenuação ao longo do	

	espectro. (dB x Hz)	134
Figura 8.41	Arranjo do sistema na etapa de avaliação	136
Figura 8.42	Controlador CXF2. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (-----) (dB x Hz) (Controle em tempo real)	137
Figura 8.43	Controlador CXF2. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz). (Controle em tempo real)	137
Figura 8.44	Controlador CXF3. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (-----) (dB x Hz) (Controle em tempo real)	138
Figura 8.45	Controlador CXF3. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz). (Controle em tempo real)	138
Figura 8.46	Espectro do ruído captado pelo observador. (dB x Hz)	139

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1	Distâncias relativas ao detetor	92
Tabela 7.2	Distâncias relativas ao observador	92
Tabela 7.3	Relação entre o nível de pressão sonora associado à onda plana e o nível de pressão sonora associado aos 8 primeiros modos transversais em função da distância	95
Tabela 7.4	Resumo das medidas efetuadas	102
Tabela 7.5	Identificação sem ponderação	109
Tabela 7.6	Identificação para determinação do filtro F1	109
Tabela 7.7	Identificação com ponderação	110
Tabela 7.8	Nova identificação sem ponderação	111
Tabela 7.9	Nova identificação com ponderação	111
Tabela 8.1	Estabilidade dos controladores	128
Tabela 8.2	Desempenho dos controladores em simulação	130
Tabela 8.3	Índice de atenuação e a atenuação média para o controlador CXF2 em função da faixa de frequência	139
Tabela 8.4	Índice de atenuação e a atenuação média para o controlador CXF3 em função da faixa de frequência	140
Tabela 8.5	Razão entre a energia do ruído, junto ao observador, com a fonte primária ligada e a energia do ruído de fundo, em função da faixa de frequência	140

LISTA DE ABREVIATURAS

- ARX - Modelo auto-regressivo com entrada exógena.
- FIR - Sistema com resposta impulsional de duração finita.
- IIR - Sistema com resposta impulsional de duração infinita.
- LMS - Algoritmo da mínima média quadrática - "Least Mean Square".
- OEM - Modelo de erro na saída - "Output error model".
- RLMS - Algoritmo da mínima média quadrática recursiva - "Recursive Least Mean Square".

## 1. INTRODUÇÃO

Com o crescimento, cada vez mais acentuado, nas diversas áreas de atividades humanas, geralmente visando maior agilização e produtividade no desempenho dos trabalhos, vão se avolumando, principalmente nos setores de indústria e transportes, problemas relacionados com higiene e segurança do trabalho, daí a preocupação constante da ciência no sentido do desenvolvimento de processos paralelos que melhorem as condições de trabalho visando a preservação física e mental das pessoas envolvidas nessas atividades. Neste trabalho, procura-se enfocar especificamente o controle de ruído.

Um método bastante difundido utilizado no controle de ruído, denominado controle passivo, baseia-se no uso de materiais absorventes de forma a reduzir a transmissão acústica entre a fonte de ruído e o observador. Esta técnica é prática e economicamente atrativa apenas para ruídos de alta frequência. Para baixas frequências o volume de material absorvente necessário é muito grande, o que restringe bastante a utilização deste método.

A outra técnica de controle denominada de controle ativo de ruído (ANC), baseia-se na geração de um "sinal", o anti-ruído, que sobreposto ao ruído inicial resulta numa atenuação deste. Esta técnica mostra-se prática no controle de ruídos em baixas frequências podendo ser utilizada em vários casos e até compor, em conjunto com a técnica passiva, soluções híbridas.

A introdução do conceito de controle ativo de ruído, atribuída a Paul Lueg em sua patente "Process of Silencing Sound Oscillations", data de 1936 [1]. Apesar do conhecimento desta técnica, seu uso permaneceu, por bastante tempo, limitado a poucas aplicações pois a tecnologia eletrônica disponível não atendia à alta precisão necessária à implementação dos sistemas de controle ativo.

A retomada do interesse nesta área se deu no final da década de 60, com a publicação dos trabalhos de Jessel e co-autores [2,3,4], na França, desenvolvendo a teoria de atenuadores ativos, e de Kido e seus associados [5,6], no Japão, sobre controle ativo de ruído de transformadores. Posteriormente, foram publicados trabalhos abordando diferentes estruturas acústicas para o sistema de controle de ruído em dutos, visando reduzir os efeitos da realimentação acústica, existente na estrutura proposta por Lueg (monopolo acústico). Entre estes trabalhos destacam-se o Tripolo acústico (sistema Jessel) [4], o dipolo acústico (sistema Swinbanks) [7] e o monopolo duplo (sistema Chelsea) [8].

Mais recentemente foram publicados trabalhos [9,10] abordando técnicas para se determinar as características dos controladores utilizados nestes sistemas.

Atualmente o interesse sobre sistemas ativos de controle de ruído em dutos tem se voltado para a utilização de técnicas de controle adaptativo, as quais, em conjunto com os modernos processadores digitais de sinais, têm viabilizado a

implementação de sistemas práticos [11].

Neste trabalho aborda-se especificamente o controle ativo em faixa larga de ruídos em dutos, que pode ser aproximado, satisfazendo algumas condições, ao caso unidimensional do controle de ruídos, utilizando-se como controlador um filtro digital fixo associado a um monopolo acústico.

No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão de algumas configurações acústico/geométricas para o controle de ruído em dutos. Comenta-se também as diversas tecnologias para implementação do filtro controlador.

No Capítulo 3 analisam-se as possibilidades e limitações intrínsecas do sistema acústico/geométrico adotado e determinam-se as condições para o aproveitamento das possibilidades deste sistema.

No Capítulo 4 apresenta-se uma revisão de algumas descrições do sistema de controle de ruído em dutos através de diagramas de blocos encontradas na literatura. Apresentam-se também correlações entre estas descrições. Em função de cada diagrama de blocos, determinam-se expressões para o controlador ideal.

O Capítulo 5 revê alguns métodos para se determinar as características do controlador, através de experimentos e de técnicas de identificação de sistemas. Faz-se uma análise da utilização de ponderação (no domínio da frequência) durante o

processo de identificação. Propõe-se também um novo processo de identificação para se determinar os parâmetros do controlador.

No Capítulo 6 apresenta-se a aplicação de controle adaptativo no controle de ruído em dutos. Em particular, estuda-se o uso do "Least mean square" (LMS), tanto na configuração FIR quanto na IIR. Desenvolve-se também um algoritmo LMS-IIR para o controle de ruído em dutos.

O Capítulo 7 descreve as características dos componentes do sistema de controle e os algoritmos utilizados. Apresenta-se também um resumo do experimento de coleta de dados e dos métodos de identificação empregados.

O Capítulo 8 apresenta as características dos controladores obtidos e analisa-se, através de simulações e, posteriormente, experimentalmente o desempenho destes controladores. Neste capítulo inclui-se a conclusão do trabalho e discutem-se possíveis trabalhos futuros.

O Apêndice A complementa o Capítulo 4 e o Apêndice B complementa o Capítulo 6.

## 2. SISTEMAS DE CONTROLE DE RUÍDOS EM DUTOS

### 2.1 ARRANJO GEOMÉTRICO DOS SISTEMAS.

O sistema acusticamente mais simples aplicado ao controle de ruído em dutos é o monopolo acústico, mostrado na Figura 2.1.

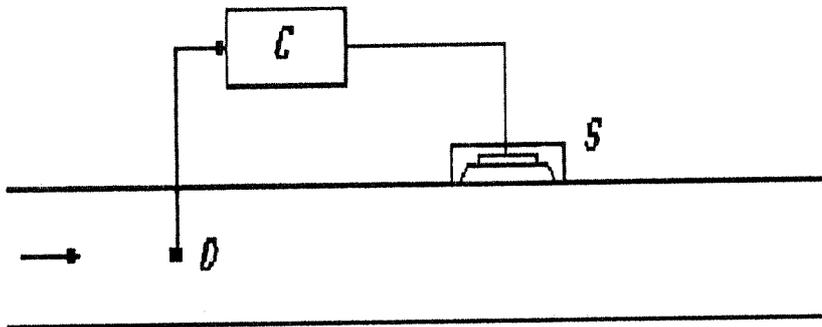


Figura 2.1 Monopolo acústico.

Ele foi originalmente proposto por Lueg em 1936 [1]. Este sistema consiste de apenas um microfone  $D$ , o qual se destina à captação do ruído gerado pela fonte primária; e de um único alto-falante  $S$ , que tem por função produzir o anti-ruído. Neste sistema pode-se perceber que o sinal gerado pela fonte secundária se propaga em dois sentidos: Em direção à parte posterior do duto, onde deseja-se a ocorrência de um cancelamento, e em direção à parte anterior do duto, indo de

encontro ao detetor. A captação, pelo detetor, do sinal gerado pela fonte secundária estabelece um laço de realimentação que torna o projeto do controlador mais crítico no que diz respeito à estabilidade.

Objetivando a redução da captação, pelo detetor, de sinais provenientes da fonte secundária, vários outros sistemas foram propostos. Entre eles estão o tripolo (sistema Jessel) [4], o dipolo (sistema Swinbanks) [7], e o monopolo duplo (sistema Chelsea) [8].

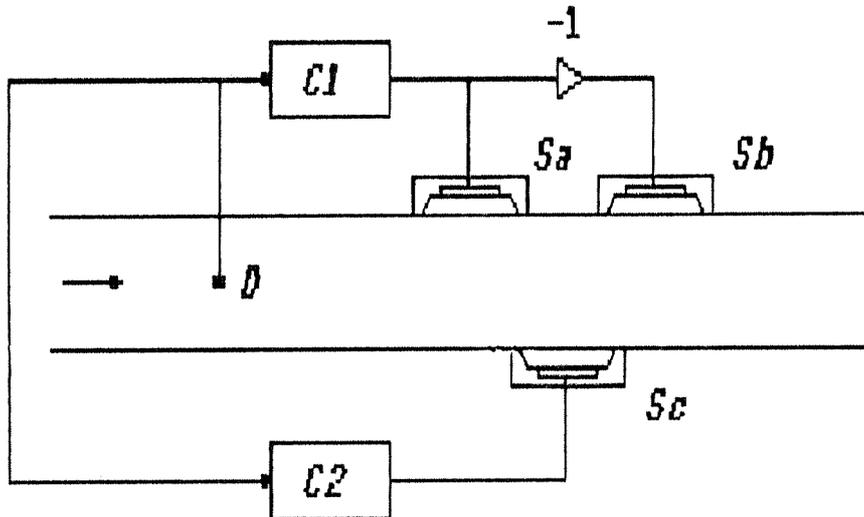


Figura 2.2 Tripolo acústico.

O tripolo, apresentado na Figura 2.2, é uma composição de um sistema dipolar e um monopolar. O sistema dipolar é composto por dois alto-falantes,  $Sa$  e  $Sb$ , no qual  $Sb$  é alimentado em contrafase em relação ao falante  $Sa$ . Assim sendo, este dipolo gera um campo com simetria ímpar ao longo do duto, com eixo de

anti-simetria junto ao ponto médio entre  $S_a$  e  $S_b$ . O monopolo, implementado pelo alto-falante  $S_c$ , posicionado entre  $S_a$  e  $S_b$ , gera um campo com simetria par em relação a seu centro. Desta forma, com os controladores devidamente projetados, o campo gerado pelo tripolo é nulo na posição anterior do duto fazendo com que o microfone detetor perceba somente o campo primário.

O sistema proposto por Swinbanks utiliza como fonte

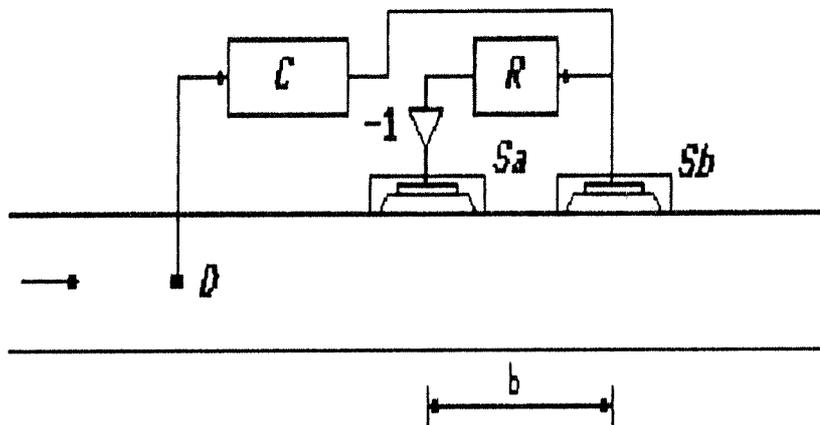


Figura 2.3 Dipolo acústico.

secundária um conjunto de alto-falantes. Na Figura 2.3 apresenta-se este sistema com dois alto-falantes. O bloco R representa um retardo com valor equivalente ao tempo de propagação do som de  $S_b$  a  $S_a$  ou seja  $\tau = b/c_0$  ( $c_0$  = velocidade do som). Desta forma, a fonte secundária composta por  $S_a$  e  $S_b$  comporta-se como uma fonte direcional, gerando sinais que só se propagam em direção à parte posterior do duto, uma vez que os

sinais gerados pelos alto-falantes  $S_a$  e  $S_b$  interferem-se destrutivamente na parte anterior do duto. Esta mesma técnica também pode ser usada na obtenção de detetores direcionais.

O monopolo duplo (sistema Chelsea), proposto por Leventhal, apresenta a fonte secundária composta por dois alto-falantes

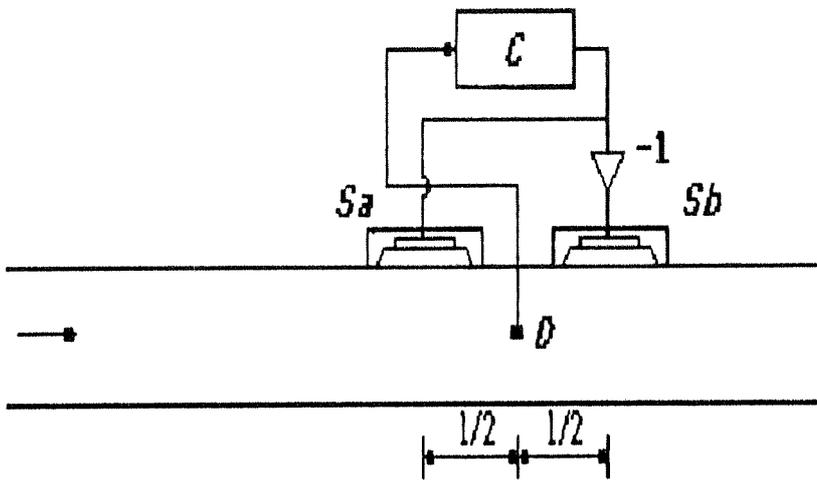


Figura 2.4 Monopolo duplo.

separados por uma distância  $l$ , conforme mostra a Figura 2.4, alimentados em contra-fase. O detetor situa-se no centro dos dois alto-falantes, o qual é um ponto de interferência destrutiva e, portanto, não capta os sinais provenientes da fonte secundária.

É importante notar que, tanto no caso do tripolo como no caso do dipolo, o campo gerado pela fonte secundária na parte anterior do duto é nulo, não alterando, aí, o campo original. A

interferência destrutiva ocorre somente na parte posterior do duto. Por esta razão estes sistemas são classificados como absorvedores ativos. No caso do monopolo e do monopolo duplo, a fonte secundária produz uma interferência destrutiva na parte posterior do duto, mas altera também, o campo junto à parte anterior do duto, e por esta razão, são classificados como refletores ativos.

Apesar da capacidade desses sistemas em reduzir a captação, pelo detetor, de sinais provenientes diretamente da fonte secundária, eles possuem alguns inconvenientes:

- Necessidade de componentes com características semelhantes (casados) para implementação dos arranjos.
- A função de transferência da fonte secundária (conjunto de alto-falantes) depende bastante da frequência e do espaçamento de seus componentes. Desta forma, o sistema mostra-se eficiente, conseguindo atenuações de até 20 ou 25 dB, para uma pequena faixa de frequência, cujo centro está associada à sua geometria.
- Maior complexidade acústica.

Por esses inconvenientes, tem-se, ultimamente, optado por trabalhar com sistemas acusticamente mais simples, como o monopolo e com controladores mais complexos, o que tornou-se viável com o uso de processadores digitais de sinais modernos.

Um sistema de controle de ruído com um monopolo e com um

controlador adequado pode obter bom desempenho sobre uma faixa ampla no espectro, tendo como limite a frequência de corte do duto, que será definida no Capítulo 3.

Ainda sobre a configuração geométrica, pode-se dizer que, no caso do monopolo acústico, é possível arranjar o sistema de duas formas: i) com o detetor posicionado anteriormente à fonte secundária, como na Figura 2.1; ii) com a fonte secundária posicionada anteriormente ao detetor, como na Figura 2.5. No primeiro caso o sistema se configura como uma estrutura de

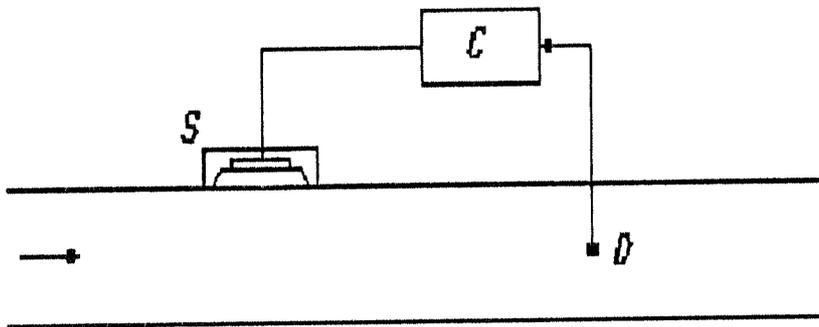


Figura 2.5 Estrutura "feedback".

controle "feedforward" e no segundo como uma estrutura "feedback".

O controle em "feedback" apresenta alguns inconvenientes se comparado à estrutura "feedforward": necessita altos ganhos no

controlador para a obtenção de boas atenuações, fato este que pode levar o sistema à instabilidade, e é ineficiente ao operar sobre sinais descorrelatados. A Figura 2.6 representa o diagrama de blocos associado à estrutura "feedback". Nela,  $tsd'(t)$ ,  $ls(t)$ ,  $c(t)$ ,  $md(t)$  representam, respectivamente, as respostas impulsivas dos seguintes elementos: percurso acústico que conecta a fonte secundária ao detetor; da fonte secundária acoplada ao duto; do controlador e do microfone detetor.  $d_1'(t)$  representa a parcela do sinal acústico, junto ao detetor, proveniente da fonte primária e  $d'(t)$  o sinal acústico total junto ao detetor. Pode-se verificar que para atenuar o ruído, o controlador deve ser tal, que a energia de  $d'(t)$  seja inferior à de  $d_1'(t)$ , ou seja:

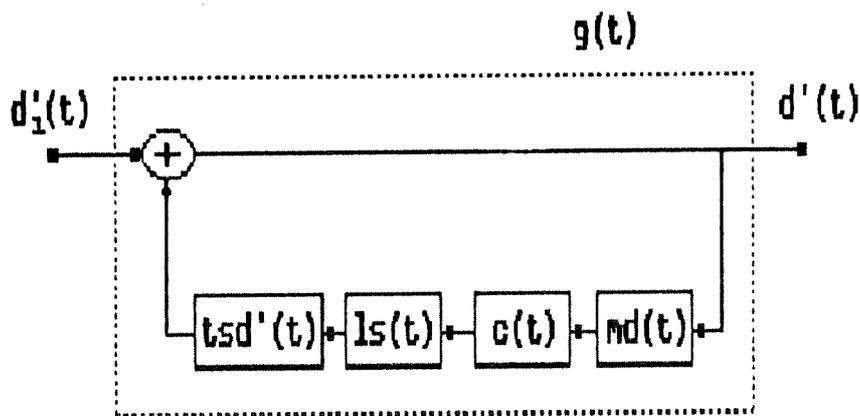


Figura 2.6 Diagrama de blocos da estrutura "feedback".

$$\frac{\sigma_{d'}^2}{\sigma_{d_1'}^2} = \alpha \quad \text{onde } 0 \leq \alpha < 1 \quad (2.1)$$

Para um ruído  $d'(t)$  estacionário no sentido amplo tem-se que:

$$\sigma_{d'}^2 = E[d'(t+\tau).d'(t)] \Big|_{\tau=0} = E[d_1'(t+\tau).d_1'(t)] * g(\tau) * g(-\tau) \Big|_{\tau=0} =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} E[d_1'(t+\alpha).d_1'(t)] \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda).g(\lambda-\tau+\alpha) d\lambda d\alpha \Big|_{\tau=0} \quad (2.2)$$

para  $d_1'(t)$  igual a um ruído branco com média zero e variância  $\sigma_{d_1'}^2$ , tem-se que:

$$E[d_1'(t+\tau).d_1'(t)] = \sigma_{d_1'}^2 \cdot \delta(\tau) \quad (2.3)$$

onde  $\delta(t)$  é a função delta de Dirac. Desta forma chega-se a:

$$\sigma_{d'}^2 = \sigma_{d_1'}^2 \int_{-\infty}^{\infty} g^2(v).dv \quad (2.4)$$

Como  $tsd'(t)$  possui atrasos, e o controlador,  $c(t)$ , é causal pode-se dizer que:

$$g(t) = \delta(t) + g_1(t) \quad (2.5)$$

onde  $g_1(t) = 0$  para  $t < \Delta, \Delta > 0$

Desta forma,

$$\sigma_{d'}^2 = \sigma_{d1}^2 \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \delta^2(v).dv + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(v)g_1(v).dv + \int_{-\infty}^{\infty} g_1^2(v).dv \right] \quad (2.6)$$

$$\sigma_{d'}^2 = \sigma_{d1}^2 + \sigma_{d1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} g_1^2(v).dv \quad (2.7)$$

e, portanto,  $\sigma_{d'}^2 \geq \sigma_{d1}^2$ . Este resultado indica que para ruídos decorrelatados, o uso da estrutura de controle "feedback" não é conveniente pois não consegue obter, nenhuma atenuação.

## 2.2 CONTROLADORES

Os primeiros sistemas de controle ativo de ruídos tiveram seus controladores implementados por meio de filtros e linhas de retardo analógicas. Devido à dificuldade em obter com precisão, através destes circuitos, a função de transferência adequada ao controlador, o que se podia atingir era um controle em uma faixa de frequência relativamente estreita.

Com o desenvolvimento dos processadores digitais de sinais, a tarefa de implementar controladores precisos tornou-se mais simples. Consegue-se obter controladores que atendem às especificações de amplitude e fase numa faixa de frequência bem mais larga, o que tem possibilitando a obtenção de atenuação do ruído numa faixa de frequência da ordem de algumas oitavas [9,12].

Na prática, controladores fixos apresentam limitações. As

transferências do duto variam ao longo do tempo. Por exemplo, a velocidade do som,  $c_0$ , pode variar com a temperatura ou com a variação da rotação das pás de um ventilador, o qual pode ser a fonte primária do ruído. O espectro da fonte de ruído também pode variar ao longo do tempo, as características dos componentes do sistema de controle também sofrem alterações. Desta forma, para que o sistema se ajuste a estas variações foi proposto o uso de controladores adaptativos [13,14].

### 3. LIMITAÇÕES DO SISTEMA ACÚSTICO E POSICIONAMENTO DO DETETOR

#### 3.1 LIMITAÇÕES DO SISTEMA ACÚSTICO

O sistema de controle adotado neste trabalho é o monopolo acústico, apresentado na Figura 2.1. Este sistema utiliza um único microfone como detetor e, portanto, impossibilita a obtenção de todo campo de pressão gerado, informando apenas a pressão em um único ponto. Ele possui também somente um alto-falante como fonte secundária o que inviabiliza o controle sobre a direcionalidade do anti-ruído gerado.

Pode-se, no entanto, perceber que, no caso de ondas planas, a informação da pressão em apenas um ponto, extraída pelo detetor, caracteriza toda a frente de onda. Desta forma, forçando-se a propagação no duto de somente ondas planas, o sistema de controle adotado torna-se viável e enquadra-se dentro do caso unidimensional de controle de ruído.

#### 3.2 ENQUADRAMENTO DO PROBLEMA AO CASO UNIDIMENSIONAL

Para possibilitar o enquadramento do problema de controle ativo de ruído num duto dentro do caso unidimensional, algumas condições devem ser satisfeitas. Sabe-se que, num duto de paredes rígidas, vários modos de propagação são possíveis. O duto pode propagar ondas planas e vários modos transversais. Buscamos, então, condições para que o duto só propague ondas planas.

Num duto retangular, rígrado, de comprimento infinito o campo de pressão gerado por um alto-falante pode ser calculado através da determinação do campo gerado por uma fonte elementar (pontual), e depois integrando-se sobre a superfície do alto-falante [15,16].

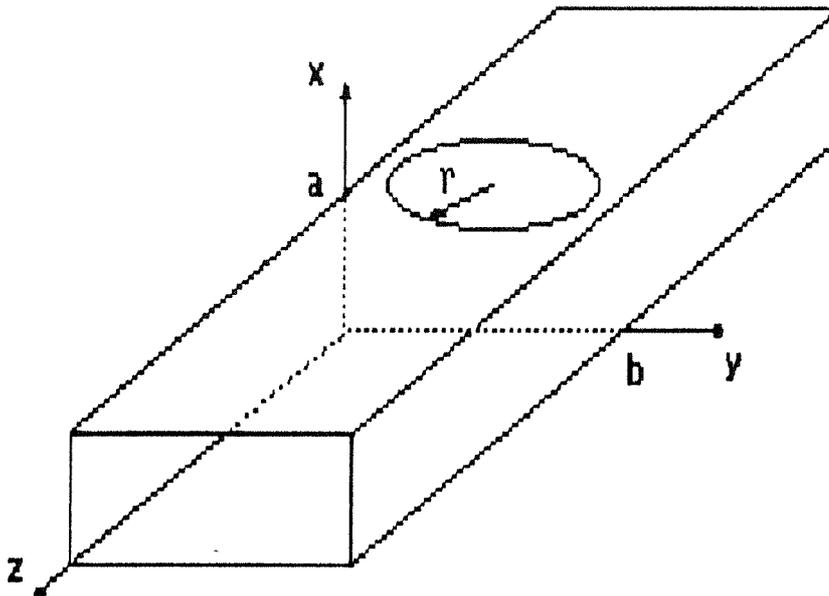


Figura 3.1 Definição do sistema de coordenadas.

Para um alto-falante circular de raio  $r$ , conforme mostrado na Figura 3.1, com centro na posição  $(a, b/2, 0)$ , tendo seu cone uma velocidade normal uniforme sobre sua superfície igual a  $V_0 e^{j\omega t}$ , pode-se obter a pressão acústica  $p(x, y, z, t)$  [15,16] como:

$p(x,y,z,t) =$

$$\sum_{mn} \left[ \frac{V_0 \cdot \rho_0 \cdot r \cdot c_{mn}^2}{a \cdot b \cdot \omega} \right] e^{(j \cdot \omega \cdot t)} \cdot (2 - \delta_{0m}) \cdot (2 - \delta_{0n}) \cdot \cos(m \cdot \pi) \cdot \cos\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \cdot \left[ \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r \cdot \lambda}{b}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{r \cdot \omega \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}}{c_{mn}}\right) d\lambda \right] \cdot \left[ u(z-r) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot z / c_{mn}} + u(-r-z) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot z / c_{mn}} \right] \quad (3.1)$$

onde:

$$c_{mn} = \begin{cases} \frac{c_0 \cdot \omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_{mn}^2}} & , \text{ se } \omega > \omega_{mn} \text{ (modos propagantes)} \\ -j \cdot \frac{c_0 \cdot \omega}{\sqrt{\omega_{mn}^2 - \omega^2}} & , \text{ se } \omega < \omega_{mn} \text{ (modos evanescentes)} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\omega_{mn} = c_0 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \quad \text{(frequência de corte do modo (m,m))} \quad (3.3)$$

$a$  = Lado do duto.

$b$  = Lado do duto.

$r$  = Raio do alto-falante.

$\rho_0$  = Densidade do ar.

$c_0$  = Velocidade do som.

$\delta_{ij}$  = Delta de Kronecker,  $\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & , \text{ se } i \neq j \\ 1 & , \text{ se } i = j \end{cases}$

$u(x)$  = Degrau unitário (função unitária de Heaviside),

$$u(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } x < 0 \\ 1 & , \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$$

Analisando as equações (3.1), (3.2) e (3.3), pode-se observar que, operando-se em frequências inferiores a  $\omega_c$ , que é a frequência de corte do duto (frequência do primeiro modo transversal,  $\omega_c = \omega_{10}$  se  $a > b$  e  $\omega_c = \omega_{01}$  se  $a < b$ ) obtém-se o desejado, que é a propagação exclusiva de ondas planas no duto (modo(0,0)). Os fatores  $e^{(j. \omega. z/Cmn)}$  e  $e^{-(j. \omega. z/Cmn)}$ , em (3.1), fazem com que os outros modos, não propagantes, chamados de modos evanescentes, decaiam à medida que se afastam da fonte. Nota-se também, que o decaimento é tanto maior quanto maior for a frequência do modo.

O fato do sistema de controle ativo adotado possuir uma frequência máxima de operação,  $\omega_c$ , constitui uma limitação. No entanto, como foi apresentado inicialmente, o método ativo de controle de ruído tem sua grande importância justamente na faixa de baixas frequências, uma vez que o controle de ruído de alta frequência pode ser implementado com eficiência através do método passivo.

### 3.3 POSICIONAMENTO DO DETETOR

Como já foi explicado anteriormente, é bastante importante que, no detetor, o nível de sinal correspondente à soma dos modos transversais seja pequeno em relação ao nível do modo (0,0) (onda plana). Para reduzir o nível de sinal associado a soma dos modos transversais, pode-se aumentar a distância entre o detetor e a fonte. Pode-se também colocar o detetor próximo ao centro do plano xy, ou seja, próximo ao ponto  $(x,y) = (a/2,b/2)$ . Desta forma, como pode ser observado das equações, os modos com

m ou n ímpares serão fracamente captados. Sabe-se que no somatório dos modos transversais, os primeiros são os que apresentam maior importância. Tendo os três primeiros modos n ou m ímpares, consegue-se com o posicionamento central do detetor uma grande atenuação na captação destes modos e conseqüentemente, uma melhora na relação entre o nível de sinal associado ao modo (0,0) e o nível de sinal associado ao somatório dos modos transversais.

Desprezando-se os modos evanescentes, a expressão (3.1) reduz-se a:

$p(z,t) =$

$$\left[ \frac{V_0 \cdot \rho_0 \cdot r \cdot c_0^2}{a \cdot b \cdot \omega} \right] \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \cdot \left[ \int_{-1}^1 \text{sen} \left[ \frac{r \cdot \omega \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}}{c_0} \right] \right] \cdot \left[ u(z-r) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot z / c_0} + u(-r-z) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot z / c_0} \right] \quad (3.4)$$

#### 4. MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DO CONTROLADOR IDEAL

##### 4.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE DE RUÍDO ATRAVÉS DE DIAGRAMAS DE BLOCOS

Para possibilitar uma melhor compreensão do processo de controle ativo de ruído, pode-se fazer uso da análise através de diagramas de blocos. Tal análise foi apresentada por Eriksson e Munjal [17] e descreve as várias transmissões e reflexões no interior do duto. Neste Capítulo far-se-á uma revisão deste diagrama de blocos e uma correlação entre ele e outros dois diagramas encontrados na literatura e também utilizados neste trabalho.

##### 4.1.1 DIAGRAMA DE BLOCOS - 1

No duto, pode-se classificar as transferências em cinco tipos distintos:

- $T_n$  - Transferência de um segmento do duto sem descontinuidade.
- $A_n$  - Transferência do acoplamento entre as fontes e o duto.
- $\Gamma_n$  - Reflexão nas descontinuidades do duto.
- $X_n$  - Transmissão nas descontinuidades no interior do duto.
- $C$  - Transferência do sistema de controle (filtro

controlador).

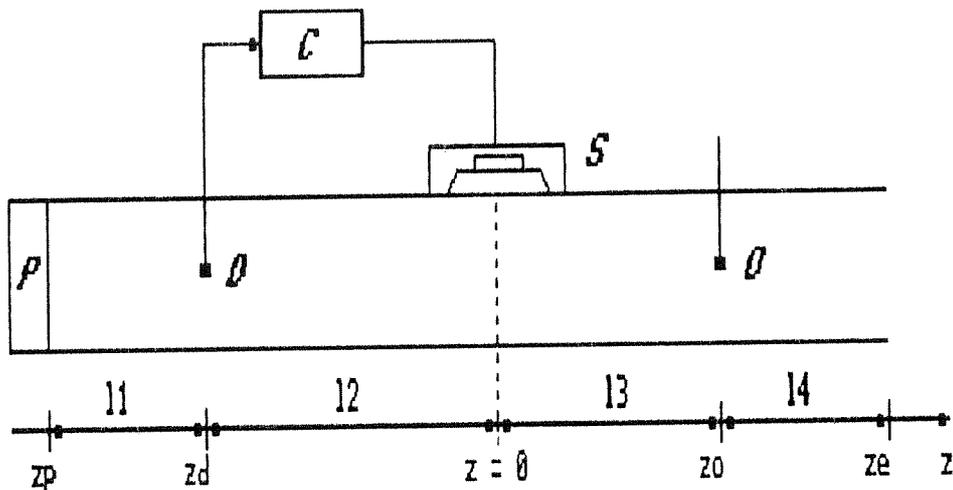


Figura 4.1 Descrição do posicionamento dos componentes do sistema de controle no duto.

Observando-se a Figura 4.1 podem-se destacar os seguintes fatos:

As transferências do tipo  $T_n$  são encontradas entre os seguintes pontos:

a) Para sinais que se propagam na direção positiva de  $z$ :

- $T_1$  - Entre a fonte primária e o detetor.
- $T_2$  - Entre o detetor e a fonte secundária.
- $T_3$  - Entre a fonte secundária e o observador.
- $T_4$  - Entre o observador e a "boca" do duto.

b) Para sinais que se propagam na direção negativa de  $z$ :

- $T_1'$  - Entre o detetor e a fonte primária
- $T_2'$  - Entre a fonte secundária e o detetor.
- $T_3'$  - Entre o observador e a fonte secundária.

$T_4'$  - Entre a "boca" do duto e o observador.

. As transferências do tipo  $A_n$  são encontradas junto às fontes:

$A_p$  - Primária.

$A_s$  - Secundária.

. As transferências do tipo  $\Gamma_n$  são encontradas nos seguintes pontos:

a) Para sinais que se propagam na direção positiva de  $z$ .

$\Gamma_x$  - Junto à "boca" do duto.

$\Gamma_s$  - Junto à fonte secundária.

a) Para sinais que se propagam na direção negativa de  $z$ .

$\Gamma_p$  - Junto à fonte primária.

$\Gamma_s'$  - Junto à fonte secundária.

. As transferências do tipo  $X_n$  são encontradas nos seguintes pontos:

a) Para sinais que se propagam na direção positiva de  $z$ .

$X_s$  - Junto à fonte secundária.

a) Para sinais que se propagam na direção negativa de  $z$ .

$X_s'$  - Junto à fonte secundária.

. O sinal "emitido", na direção positiva de  $z$ , pela fonte primária é uma composição dos sinais gerado e refletido por esta fonte.

. O sinal "emitido" pela fonte secundária, tanto na direção positiva quanto na direção negativa de  $z$ , é uma composição dos sinais gerado, refletido e transmitido por esta fonte.

. O sinal captado pelo detetor é uma composição dos sinais que se propagam na direção positiva e negativa de  $z$ , junto ao detetor.

. O sinal captado pelo observador é uma composição dos sinais que se propagam na direção positiva e negativa de  $z$ , junto ao observador.

De posse destes dados, pode-se montar o diagrama de blocos apresentado na Figura 4.2. Nesta figura,  $L_{so}$ ,  $M_d$ ,  $M_o$  e  $C$  representam respectivamente as funções transferência do alto-falante da fonte secundária, do microfone detetor, do microfone observador e do controlador.

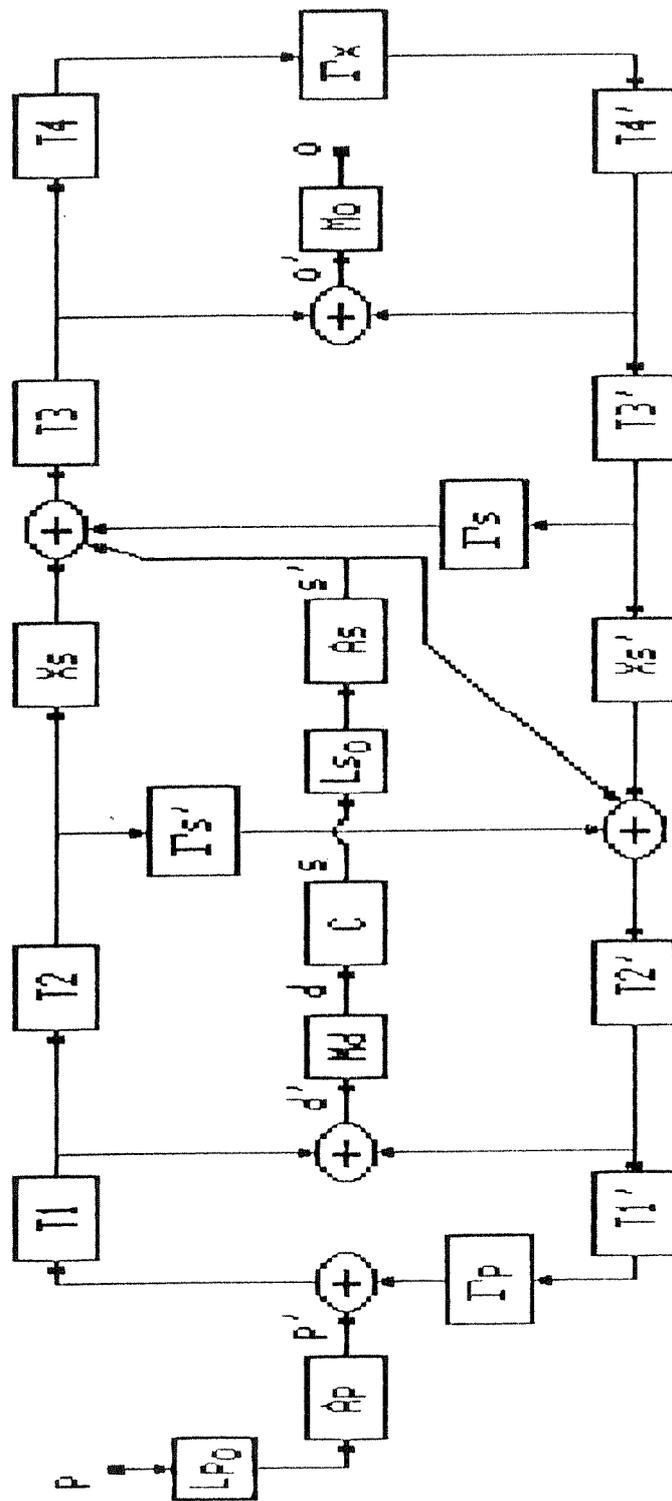


Figura 4.2 Diagrama de blocos - 1.

Para encontrar-se a expressão de cada um dos blocos utiliza-se de uma analogia entre os sistemas acústicos e os sistemas elétricos.

Sistemas acústicos lineares unidimensionais podem ser descritos através de duas variáveis de estado: a pressão acústica,  $p$ , e a velocidade de massa,  $v$ . Pode-se, então, definir a impedância acústica  $Z$  como a razão entre  $p$  e  $v$ , analogamente à impedância elétrica. Elementos passivos podem ser representados por suas impedâncias. Fontes acústicas podem ser descritas por meio de  $v_0$ , equivalente à tensão em circuito aberto, e por suas impedâncias internas  $Z_i$ .

#### 4.1.1.1 DESCRIÇÃO DE UM SEGMENTO DO DUTO SEM DESCONTINUIDADE -

$T_n$

Blocos do tipo  $T_n$ , podem ser representados pela razão entre a pressão num ponto  $z_{o+1}$ ,  $l \geq 0$ , e a pressão num ponto  $z_o$ . Para um meio viscoso movimentando-se na direção positiva de  $z$  tem-se [17]:

$$T_n = \frac{p_+(z_{o+1})}{p_+(z_o)} = e^{-(\alpha+j.k).l/(1-M)} \quad (4.1)$$

$$T_n' = \frac{p_-(z_{o+1})}{p_-(z_o)} = e^{-(\alpha+j.k).l/(1-M)} \quad (4.2)$$

onde:

$$k = \frac{\omega}{c_0} + \alpha_0 \quad (4.3)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{F.M}{2.D} \quad (4.4)$$

$\omega$  = Frequência do sinal.

$c_0$  = Velocidade do som.

$\alpha_0$  = Constante de atenuação viscotermal.

$F$  = Fator de fricção de Froude.

$M$  = Razão entre a velocidade média do fluido e  $c_0$ .

$D$  = Diâmetro (ou diâmetro equivalente) do duto.

Nas expressões (4.1) e (4.2),  $p_+(z')$  representa a pressão em  $z'$  de uma onda que se move na direção positiva de  $z$  e  $p_-(z')$  representa a pressão em  $z'$  de uma onda movendo-se na direção negativa de  $z$ .

#### 4.1.1.2 DESCRIÇÃO DA EXTREMIDADE DIREITA DO DUTO - $\Gamma_x$

Numa extremidade com impedância  $Z_x$ , a função de transferência é descrita pelo coeficiente de reflexão  $\Gamma$ , que é a razão entre a pressão associada à onda refletida  $p_r$ , e a pressão associada à onda incidente,  $p_i$ .

Tem-se que, na extremidade direita, Figura 4.3:

$$p = p_i + p_r \quad (4.5)$$

$$v = v_i - v_r \quad (4.6)$$

$$Z_x = \frac{P}{v} \quad (4.7)$$

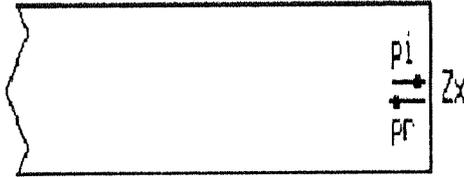


Figura 4.3 Detalhe da reflexão junto à extremidade direita do duto.

Definindo-se a impedância característica do duto,  $Z_0$ , como a razão entre  $p$  e  $v$ , ou seja:

$$Z_0 = \frac{P_+}{v_+} = \frac{P_-}{v_-} \quad (4.8)$$

Reescrevendo-se a expressão de  $v$ , (4.6), em função de  $p_i$ ,  $p_r$  e  $Z_0$  e substituindo-a, juntamente com (4.5), em (4.7) chegar-se a:

$$\Gamma_x = \frac{Z_x - Z_0}{Z_x + Z_0} \quad (4.9)$$

#### 4.1.1.3 DESCRIÇÃO DA FONTE PRIMÁRIA - $\Gamma_p$ e $A_p$

A fonte primária, que possui as características  $p_p$  e  $Z_p$ , reflete sinais que se propagam na direção negativa de  $z$ . Pode-se encontrar uma expressão para o coeficiente de reflexão

semelhante à encontrada para caracterizar a reflexão existente na extremidade direita ( $z = z_e$ ), expressão (4.9). Através de um raciocínio análogo pode-se, então, chegar a:

$$\Gamma_p = \frac{Z_p - Z_0}{Z_p + Z_0} \quad (4.10)$$

O equivalente elétrico do acoplamento entre a fonte primária e o duto é apresentado na Figura 4.4. Desse equivalente

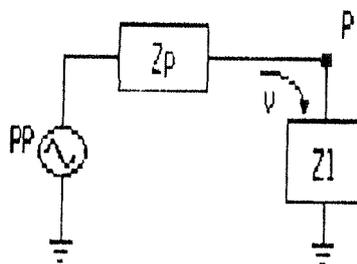


Figura 4.4 Equivalente elétrico do acoplamento da fonte primária ao duto.

pode-se dizer que:

$$p = p_+ + p_- = \frac{p_p \cdot Z_l}{Z_p + Z_l} \quad (4.11)$$

$$v = v_+ - v_- = \frac{p_p}{Z_p + Z_l} = \frac{p_+ - p_-}{Z_0} \quad (4.12)$$

daí pode-se chegar a:

$$p_+ = \frac{(p_p/2) \cdot (Z_l + Z_0)}{(Z_p + Z_l)} \quad (4.13)$$

$$p_- = \frac{(p_p/2) \cdot (Z_l - Z_0)}{(Z_p + Z_l)} \quad (4.14)$$

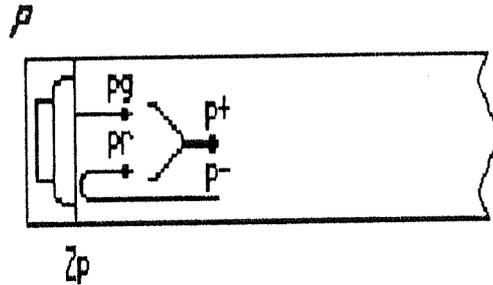


Figura 4.5 Detalhe da "geração"/reflexão junto à fonte primária.

Na Figura 4.5 pode-se observar que  $p_+$  é igual a  $(p_g + p_r)$  onde  $p_g$  é a pressão gerada pela fonte contra a impedância característica,  $Z_0$ , e  $p_r$  é a pressão associada a reflexão de  $p_-$  sobre a fonte, ou seja,  $(p_- \Gamma_p)$ , onde  $\Gamma_p$  é o coeficiente de reflexão sobre a fonte primária dado por (4.10). Daí tem-se, que  $A_p$ , que representa o resultado do acoplamento da fonte ao duto é dado por:

$$A_p = \frac{p_g}{p_p} = \frac{Z_0}{Z_p + Z_0} \quad (4.15)$$

#### 4.1.1.4 DESCRIÇÃO DA FONTE SECUNDÁRIA - $\Gamma_s$ , $X_s$ e $A_s$

Numa descontinuidade no interior do duto, que tem como característica uma impedância  $Z_s$ , a função transferência é descrita através do coeficiente de reflexão,  $\Gamma$ , e do coeficiente

de transmissão,  $X$ , que é a razão entre a pressão associada a onda transmitida  $p_t$  e a pressão associada a onda incidente  $p_i$ .

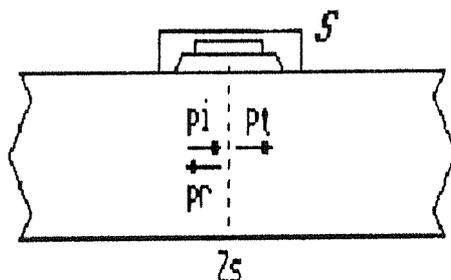


Figura 4.6 Detalhe da reflexão/transmissão junto à fonte secundária.

Junto à fonte secundária, Figura 4.6, tem-se:

$$p_t = p_i + p_r \tag{4.16}$$

$$v_t = v_i - v_r = \frac{p_i + p_r}{Z_s} \tag{4.17}$$

Ou equivalentemente:

$$\frac{p_t}{Z_0} = \frac{p_i - p_r}{Z_0} - \frac{p_i + p_r}{Z_s} \tag{4.18}$$

Dai pode-se chegar a:

$$\Gamma_s = \frac{-(Z_0/2)}{Z_s + (Z_0/2)} \tag{4.19}$$

$$X_s = \frac{Z_s}{Z_s + (Z_0/2)} \tag{4.20}$$

O equivalente elétrico do acoplamento entre a fonte secundária e o duto é apresentado na Figura 4.7. Desse equivalente pode-se dizer que:

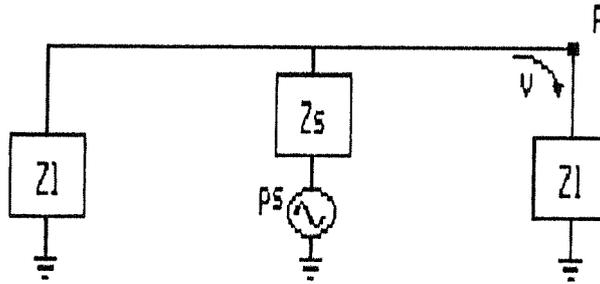


Figura 4.7 Equivalente elétrico do acoplamento da fonte secundária ao duto.

$$p = p_+ + p_- = \frac{p_s \cdot (Z_l/2)}{Z_s + (Z_l/2)} \quad (4.21)$$

$$v = v_+ - v_- = \frac{(p_s/2)}{Z_s + (Z_l/2)} = \frac{p_+ - p_-}{Z_o} \quad (4.22)$$

daí pode-se chegar a:

$$\left. \begin{aligned} p_+ &= \frac{(p_s/2) \cdot (Z_l + Z_o)}{(Z_l + 2Z_s)} \\ p_- &= \frac{(p_s/2) \cdot (Z_l - Z_o)}{(Z_l + 2Z_s)} \end{aligned} \right\} \text{para } z > 0 \quad (4.23, 4.24)$$

$$\left. \begin{aligned} p_+ &= \frac{(p_s/2) \cdot (Z_l - Z_o)}{(Z_l + 2Z_s)} \\ p_- &= \frac{(p_s/2) \cdot (Z_l + Z_o)}{(Z_l + 2Z_s)} \end{aligned} \right\} \text{para } z < 0 \quad (4.25, 4.26)$$

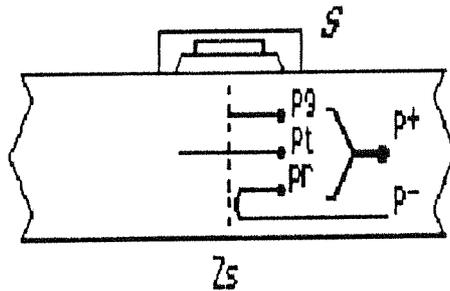


Figura 4.8 Detalhe da "geração"/transmissão/reflexão junto à fonte secundária.

Observando inicialmente o lado posterior do duto, ou seja, o lado  $z > 0$ , Figura 4.8. Tem-se que  $p_+$  é igual a  $(p_g + p_r + p_t)$  onde  $p_g$  é a pressão gerada pela fonte contra a impedância característica,  $Z_o$ ,  $p_r$  é a pressão associada a reflexão de  $(p_-)$ ,  $z > 0$ ) sobre a fonte secundária, ou seja,  $(p_- \cdot \Gamma_s)$  e  $p_t$  é a pressão associada a transmissão de  $(p_+)$ ,  $z < 0$ ) através da descontinuidade, ou seja,  $(p_+ \cdot X_s)$ . Daí tem-se:

$$A_s = \frac{p_g}{p_s} = \frac{(Z_o/2)}{Z_s + (Z_o/2)} \quad (4.27)$$

Um raciocínio análogo pode ser feito para o lado anterior do duto, ou seja, para o lado  $z < 0$ . Deste raciocínio obtém-se:

$$\Gamma_s' = \frac{-(Z_0/2)}{Z_s + (Z_0/2)} \quad (4.28)$$

$$X_s' = \frac{Z_s}{Z_s + (Z_0/2)} \quad (4.29)$$

Resumindo as expressões encontradas tem-se:

$$T_1 = e^{-(\alpha+j.k).l_1/(1+M)}$$

$$T_1' = e^{-(\alpha+j.k).l_1/(1-M)}$$

$$T_2 = e^{-(\alpha+j.k).l_2/(1+M)}$$

$$T_2' = e^{-(\alpha+j.k).l_2/(1-M)}$$

$$T_3 = e^{-(\alpha+j.k).l_3/(1+M)}$$

$$T_3' = e^{-(\alpha+j.k).l_3/(1-M)}$$

$$T_4 = e^{-(\alpha+j.k).l_4/(1+M)}$$

$$T_4' = e^{-(\alpha+j.k).l_4/(1-M)}$$

$$A_p = \frac{Z_0}{Z_p + Z_0}$$

$$\Gamma_p = \frac{Z_p - Z_0}{Z_p + Z_0}$$

$$A_s = \frac{(Z_0/2)}{Z_s + (Z_0/2)}$$

$$\Gamma_s = \Gamma_s' = \frac{-(Z_0/2)}{Z_s + (Z_0/2)}$$

$$X_s = X_s' = \frac{Z_s}{Z_s + (Z_0/2)}$$

$$\Gamma_x = \frac{Z_x - Z_0}{Z_x + Z_0}$$

### 4.1.2 DIAGRAMA DE BLOCOS - 2

Um outro diagrama de blocos, mais simples e bastante utilizado, é apresentado na Figura 4.9 [9,18]. Ele indica as transferências entre quatro pontos: A fonte primária -  $P$ , a fonte secundária -  $S$ , o microfone detetor -  $D$  e o microfone observador -  $O$ .

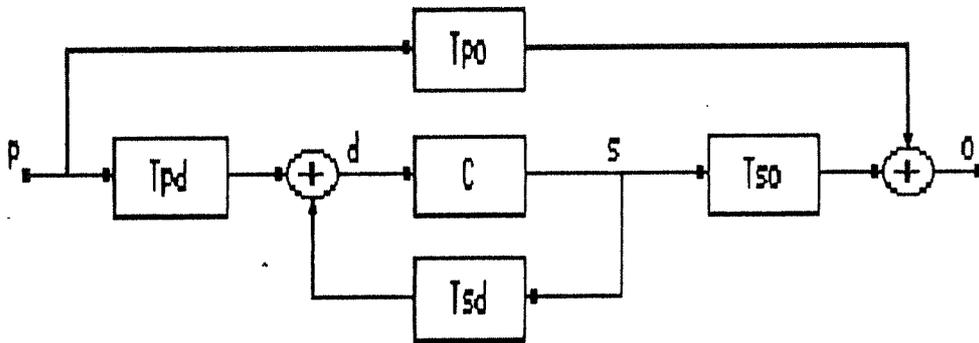


Figura 4.9 Diagrama de blocos - 2.

- $T_{pd}$  = Transferência entre a fonte primária e o detetor.
- $T_{sd}$  = Transferência entre a fonte secundária e o detetor.
- $T_{po}$  = Transferência entre a fonte primária e o observador.
- $T_{so}$  = Transferência entre a fonte secundária e o observador.
- $C$  = Transferência do controlador.

As transferências  $T_{pd}$ ,  $T_{po}$ ,  $T_{sd}$  e  $T_{so}$  podem ser relacionadas às do diagrama de blocos - 1. A representação

através de diagramas de blocos destas quatro transferências é apresentada nas Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13.

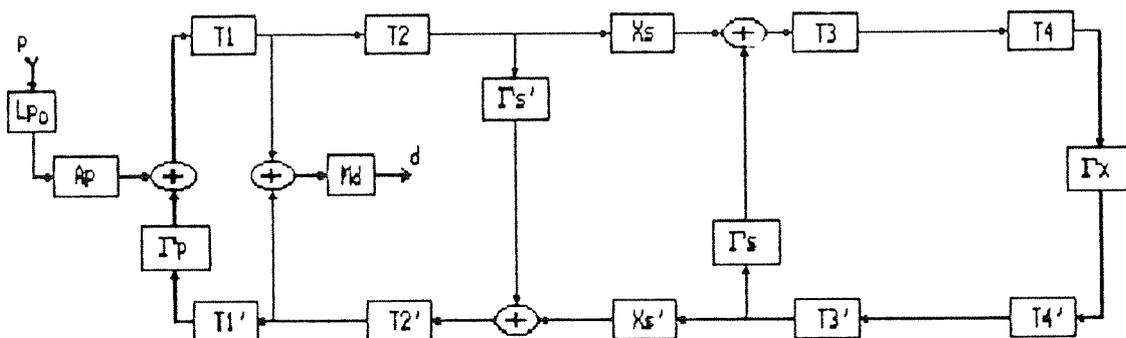


Figura 4.10 Diagrama de blocos da transferência  $T_{pd}$ .

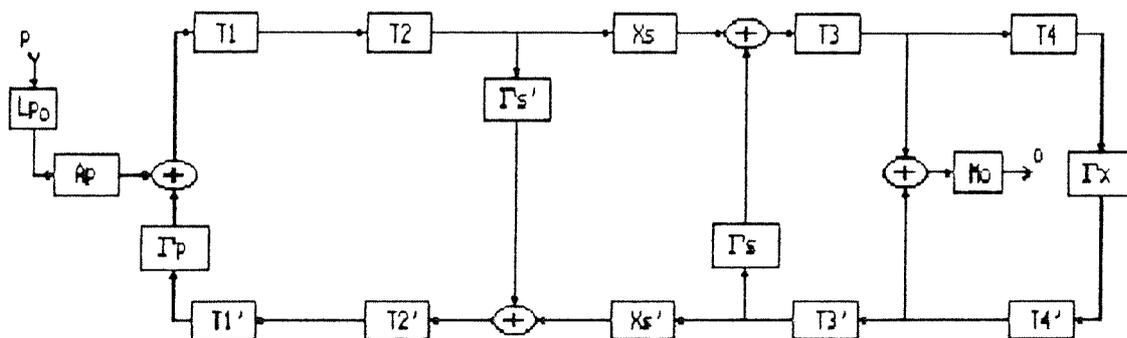


Figura 4.11 Diagrama de blocos da transferência  $T_{po}$ .

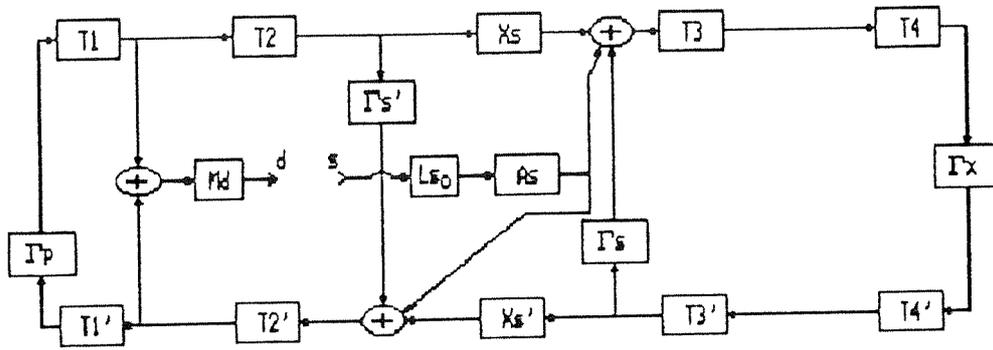


Figura 4.12 Diagrama de blocos da transferência  $T_{sd}$ .

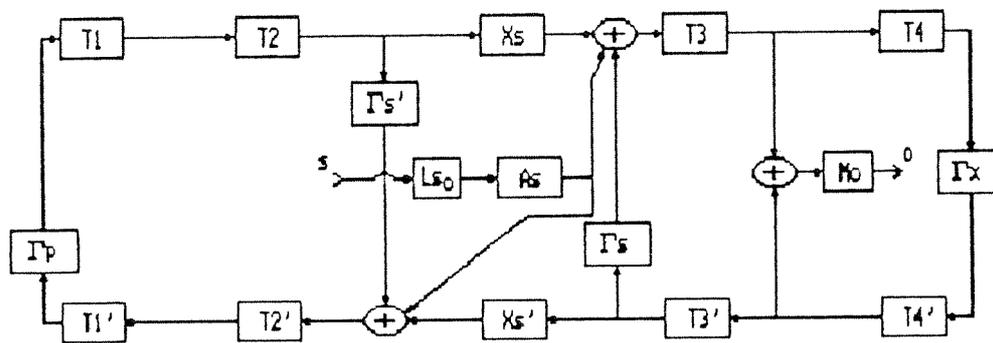


Figura 4.13 Diagrama de blocos da transferência  $T_{so}$ .

Aplicando-se a regra de Mason sobre cada um dos quatro diagramas de blocos chega-se às expressões, em função dos componentes do diagrama de blocos, destas quatro transferências. Estas expressões são apresentadas no Apêndice A.

### 4.1.3 DIAGRAMA DE BLOCOS - 3

Alguns trabalhos com controle adaptativo de ruído em dutos [14,17,19,20,21,22] utilizam o diagrama de blocos apresentado na

Figura 4.14-b, o qual pode ser obtido a partir de uma manipulação sobre o diagrama da Figura 4.14-a. Na Figura 4.14-a os blocos possuem o seguinte significado:

Pi - Transferência entre a fonte primária e o detetor (caminho direto).

Pd - Transferência entre o sinal acústico direto junto ao detetor e o ponto de soma acústico.

Pe - Transferência que conecta o sinal acústico imediatamente após o ponto de soma e o sinal fornecido pelo microfone observador.

F - Transferência que conecta o sinal acústico fornecido pela fonte secundária e o sinal acústico junto ao detetor.

W - Transferência entre o sinal acústico direto junto ao observador e o sinal acústico total neste mesmo ponto.

Md - Transferência do microfone detetor.

To - Transferência da fonte secundária no duto:  $To = Lso.As =$   
Ls.

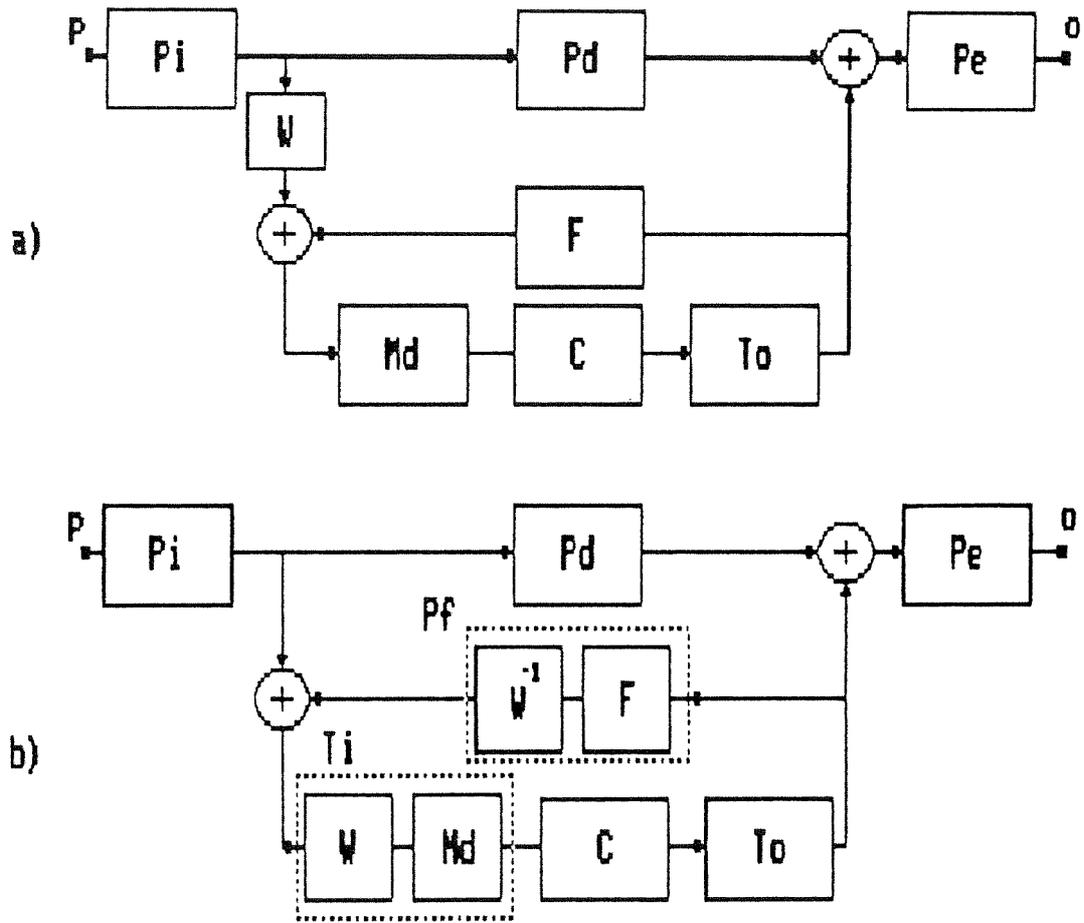


Figura 4.14 Diagrama de blocos - 3. a) Versão inicial. b) Versão final.

Os significados dessas transferências podem ser melhor compreendidos relacionando estas transferências àquelas usadas no diagrama de blocos - 1. Estas relações são apresentadas nas Figuras 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19. No Apêndice A apresenta-se expressões para os blocos  $P_i$ ,  $P_d$ ,  $P_e$ ,  $P_f$ ,  $T_i$  e  $T_o$  em termos das funções transferências usadas no diagrama apresentado na Figura 4.2.

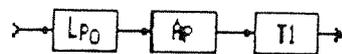


Figura 4.15 Transferência  $P_i$ .

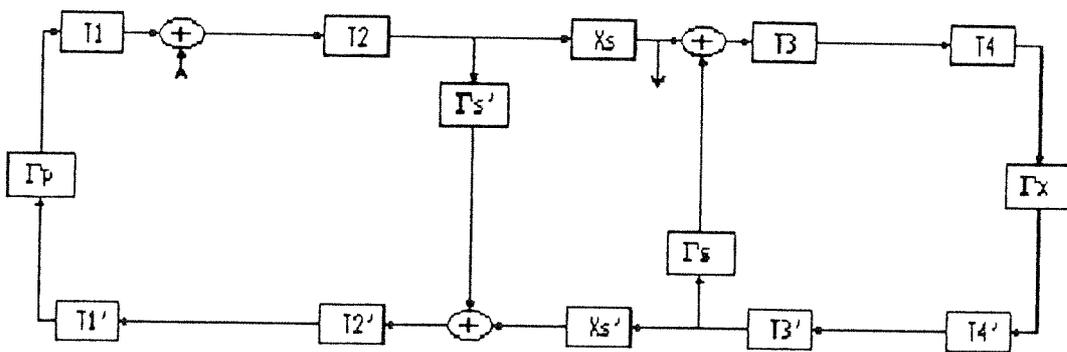


Figura 4.16 Transferência  $P_d$ .

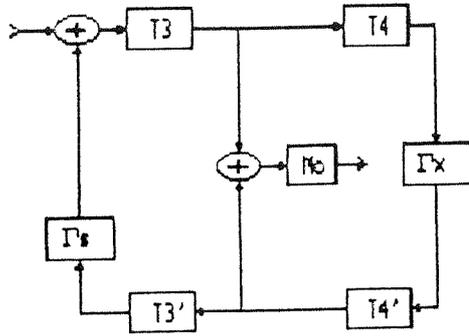


Figura 4.17 Transferência  $P_e$ .

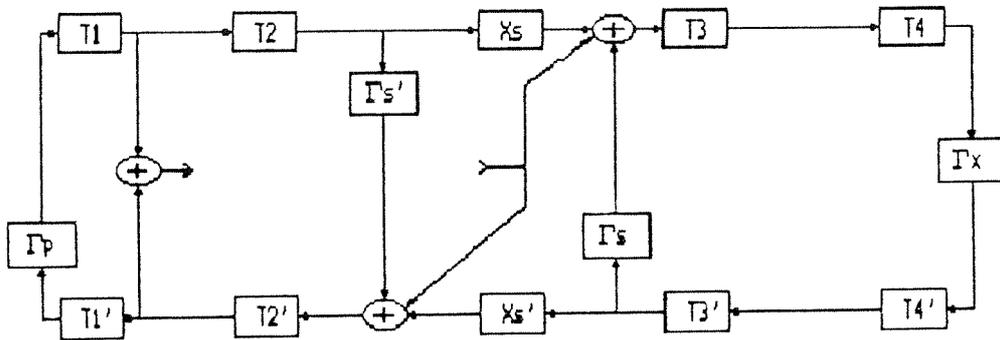


Figura 4.18 Transferência  $F$ .

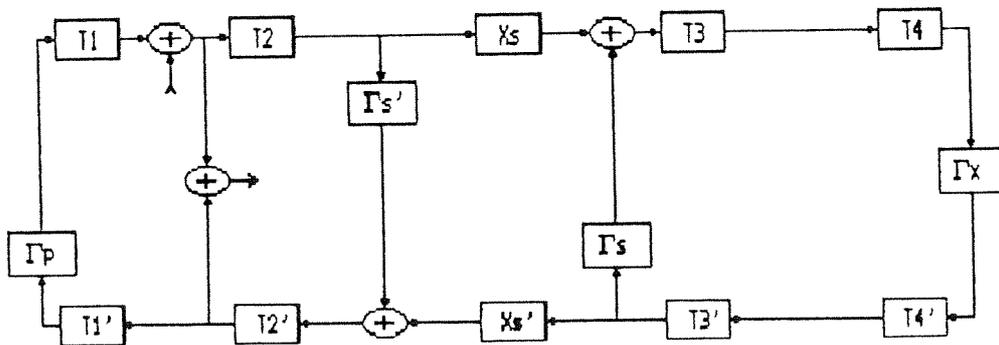


Figura 4.19 Transferência  $W$ .

#### 4.2 DETERMINAÇÃO DO CONTROLADOR IDEAL

A partir da descrição através dos diagramas de blocos do sistema de controle de ruído, pode-se determinar uma expressão, em função das transferências dos blocos, para a transferência do controlador ideal,  $C_o$ , que é aquele que cancela por completo o ruído junto ao observador. Para tal, obtém-se, primeiramente, a expressão da transferência entre a fonte primária e a entrada do bloco  $T_3$ , denotada por  $T_{ps}$ . Usando-se a regra de Mason sobre o diagrama de blocos da Figura 4.2 e após algumas manipulações, obtém-se a seguinte expressão:

$$T_{ps} = \frac{A_p \cdot T_1 \cdot [C \cdot M_d \cdot L_{so} \cdot (X_s - 1) \cdot (T_2 \cdot T_2' - 1) + T_2 \cdot X_s]}{[C \cdot M_d \cdot L_{so} \cdot T_2' \cdot (X_s - 1) \cdot (R_x \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' + 1) \cdot (R_p \cdot T_1 \cdot T_1' + 1) - (R_p \cdot T_1 \cdot T_1' \cdot T_2 \cdot T_2' \cdot (R_x \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot (2X_s - 1) + X_s - 1) + R_x \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot (X_s - 1) - 1)]} \quad (4.30)$$

Para obter o cancelamento total, esta transferência deve ser nula. O controlador que leva a esta condição é dado por:

$$C_o = \frac{-T_2 X_s}{(X_s - 1)(T_2 T_2' - 1) M_d L_{so}} \quad (4.31)$$

Substituindo-se as transferências de cada um dos blocos, obtém-se a seguinte expressão [17]:

$$C_o = \frac{-2 \cdot Z_s}{Z_o} \cdot \frac{e^{-(\alpha + j \cdot k) \cdot l_2 / (1 + M)}}{(1 - e^{-2 \cdot (\alpha + j \cdot k) \cdot l_2 / (1 - M^2)})} \cdot \frac{1}{M_d} \cdot \frac{1}{L_{so}} \quad (4.32)$$

Da expressão (4.32) pode-se observar que o controlador ideal,  $C_o$ , independe das características da fonte primária, da distância entre esta e o microfone detetor, da característica da extremidade direita do duto e da distância entre a fonte secundária e a extremidade direita. Geometricamente, ele só depende da distância entre o detetor e a fonte secundária.

De forma semelhante pode-se calcular também as expressões para o controlador ideal em função dos blocos da Figura 4.9 [9], (4.33), e da Figura 4.14-b [17], (4.34):

$$C_o = \frac{T_{po}}{T_{po} \cdot T_{sd} - T_{pd} \cdot T_{so}} \quad (4.33)$$

$$C_o = \frac{-P_d}{1 - P_d \cdot P_f} \frac{1}{T_i \cdot T_o} \quad (4.34)$$

## 5. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR

No capítulo anterior determinou-se a função de transferência do controlador ideal em função das características do duto e dos componentes do sistema de controle como o detetor, filtros, amplificador de potência e do alto-falante da fonte secundária. Entretanto, não se tem acesso a todas essas características. Torna-se necessário a determinação do controlador através de um experimento. Ao final deste experimento, deseja-se ter a função de transferência do filtro que será usado como controlador. Caso a função de transferência obtida esteja determinada no domínio da frequência, característica de amplitude e fase em função da frequência, ter-se-á, ainda, que aplicar algum método de aproximação para se determinar os coeficientes do filtro.

### 5.1 ALGUNS PROCEDIMENTOS PARA OBTENÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO CONTROLADOR

#### 5.1.1 ALGORÍTMO DE ROURE

S. Roure [10] propôs um experimento para determinar as características de amplitude e fase do controlador.

Observando a Figura 5.1 pode-se verificar que a transformada de Fourier do ruído,  $o(t)$ , captado pelo microfone

observador é dada por:

$$O(\Omega) = \frac{[P(\Omega)T_{pd}(\Omega) + N_d(\Omega)] C(\Omega)T_{so}(\Omega)}{[1 - C(\Omega)T_{sd}(\Omega)]} + P(\Omega)T_{po}(\Omega) \tag{5.1}$$

onde  $N_d(\Omega)$  representa a transformada de Fourier do ruído de

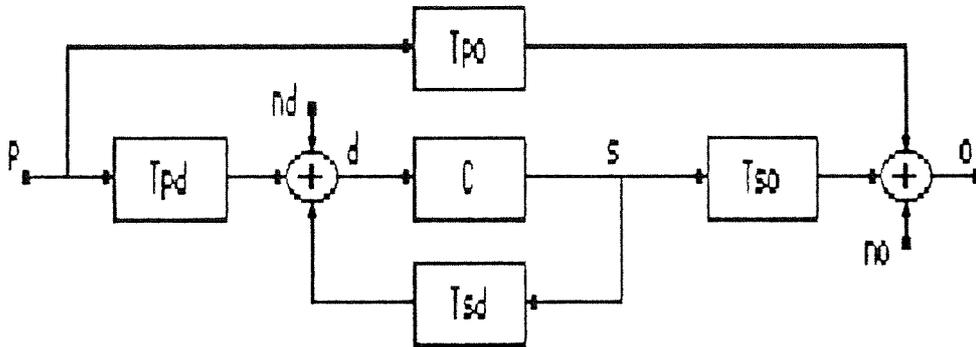


Figura 5.1 Diagrama de blocos do sistema com a adição dos ruídos de medida.

medida,  $n_d(t)$ , captado pelo microfone detetor e  $P(\Omega)$  a transformada do ruído emitido pela fonte primária,  $p(t)$ . Nesta expressão, o ruído de medida captado pelo microfone observador,  $n_o(t)$ , não é considerado, visto que, inicialmente, deseja-se examinar somente o ruído acústico junto ao observador.

Define-se  $M(\Omega)$  como a razão entre a densidade espectral de potência do sinal captado pelo microfone observador, com o controlador ligado, e a densidade espectral de potência do mesmo sinal, com o controlador desligado, ou seja:

$$M(\Omega) = \frac{E[|O(\Omega)|^2]}{E[|P(\Omega)T_{po}(\Omega)|^2]} \quad \begin{array}{l} O(\Omega) \text{ calculado com} \\ \text{o controlador ligado.} \end{array} \quad (5.2)$$

Supondo  $n_d(t)$  descorrelatado de  $p(t)$  tem-se:

$$M(\Omega) = \frac{|T(\Omega) + [T_{so}(\Omega) - T_{sd}(\Omega)T(\Omega)] C(\Omega)|^2 + \lambda^2(\Omega) |T_{so}(\Omega)|^2 |C(\Omega)|^2}{|T(\Omega)|^2 |1 - C(\Omega)T_{sd}(\Omega)|^2} \quad (5.3)$$

onde:

$$\lambda^2(\Omega) = \frac{E[|N_d(\Omega)|^2]}{E[|P(\Omega)T_{pd}(\Omega)|^2]} \quad (5.4)$$

$$T(\Omega) = \frac{T_{po}(\Omega)}{T_{pd}(\Omega)} \quad (5.5)$$

Pode-se buscar o mínimo de  $M(\Omega)$  em função do controlador  $C(\Omega)$ . Tem-se então a expressão do controlador ideal,  $C_o$ , em função de  $\lambda$ :

$$C_o(\Omega, \lambda) = \frac{-T(\Omega)}{T_{so}(\Omega)[1 + \lambda^2(\Omega)] - T(\Omega)T_{sd}(\Omega)} \quad (5.6)$$

para  $\lambda = 0$ , ou seja, desprezando-se o ruído de medida em  $d$ , chega-se a expressão (5.7) que é equivalente à expressão do controlador ideal apresentada em (4.33).

$$C_o(\Omega) = \frac{-T(\Omega)}{T_{so}(\Omega) - T(\Omega)T_{sd}(\Omega)} \quad (5.7)$$

Com a fonte secundária desligada e a fonte primária ativa,

mede-se a razão entre a densidade espectral de potência cruzada,  $S_{do}(\Omega)$ , entre o sinais captados pelos microfones observador e detetor, e a densidade espectral de potência,  $S_{dd}(\Omega)$ , do sinal captado pelo detetor, ou seja, mede-se:

$$\frac{S_{do}(\Omega)}{S_{dd}(\Omega)} = \frac{E[(T_{po}(\Omega)P(\Omega) + N_o(\Omega)) (T_{pd}(\Omega)P(\Omega) + N_d(\Omega))^*]}{E[(T_{pd}(\Omega)P(\Omega) + N_d(\Omega)) (T_{pd}(\Omega)P(\Omega) + N_d(\Omega))^*]} \quad (5.8)$$

onde  $N_o(\Omega)$  é a transformada de Fourier do ruído de medida,  $n_o(t)$ , captado pelo microfone observador. Desta medida, supondo-se  $n_o(t)$ ,  $n_d(t)$  e  $p(t)$  descorrelatados, obtém-se:

$$\frac{S_{do}(\Omega)}{S_{dd}(\Omega)} = \frac{T(\Omega)}{1 + \lambda^2(\Omega)} = T'(\Omega) \quad (5.9)$$

Mantendo a fonte primária ligada e injetando-se na fonte secundária um ruído  $s(t)$ , descorrelatado de  $p(t)$  e de  $n_d(t)$ , pode-se medir dois parâmetros:

- a razão entre a densidade espectral de potência cruzada,  $S_{sd}(\Omega)$ , entre  $s(t)$  e o sinal captado pelo detetor,  $d(t)$ , e a densidade espectral de potência,  $S_{ss}(\Omega)$ , do sinal  $s(t)$ .

$$\frac{S_{sd}(\Omega)}{S_{ss}(\Omega)} = \frac{E[D(\Omega)S^*(\Omega)]}{E[|S(\Omega)|^2]} =$$

$$\frac{E[(T_{pd}(\Omega)P(\Omega) + T_{sd}(\Omega)S(\Omega) + N_d(\Omega))S^*(\Omega)]}{E[|S(\Omega)|^2]} = T_{sd}(\Omega) \quad (5.10)$$

onde  $S(\Omega)$  e  $D(\Omega)$  são, respectivamente, as transformadas de

Fourier de  $s(t)$  e  $d(t)$ .

- a razão entre a densidade espectral de potência cruzada,  $S_{so}(\Omega)$ , entre  $s(t)$  e o sinal captado pelo observador,  $o(t)$ , e a densidade espectral de potência,  $S_{ss}(\Omega)$ , do sinal  $s(t)$ .

$$\frac{S_{so}(\Omega)}{S_{ss}(\Omega)} = \frac{E[O(\Omega)S^*(\Omega)]}{E[|S(\Omega)|^2]} =$$

$$\frac{E[(T_{po}(\Omega)P(\Omega) + T_{so}(\Omega)S(\Omega) + N_o(\Omega))S^*(\Omega)]}{E[|S(\Omega)|^2]} = T_{so}(\Omega) \quad (5.11)$$

Destas três medidas,  $T'(\Omega)$ ,  $T_{sd}(\Omega)$  e  $T_{so}(\Omega)$ , pode-se determinar as características de módulo e fase do controlador:

$$C(\Omega) = \frac{T'(\Omega)}{T_{so}(\Omega) - T_{sd}(\Omega)T'(\Omega)} \quad (5.12)$$

Este procedimento apresenta o inconveniente de não fornecer os parâmetros do filtro a ser utilizado como controlador, sendo, para isto, necessário aplicar algum algoritmo de aproximação que leve em consideração tanto o módulo quanto a fase. Pode-se, por exemplo, usar o algoritmo para síntese de filtros digitais usando o critério de mínimo erro-p ponderado descrito em [23].

### 5.1.2 ALGORÍTMO DE ROSS

C. F. Ross descreveu em seu artigo [9] um algoritmo para determinação direta dos parâmetros (coeficientes) do

controlador. Ao final de seu experimento, obtém-se duas sequências relacionadas pela transferência do controlador. Os passos deste experimento são os seguintes:

1 - Injeta-se um ruído  $r(n)$  em  $P$  e armazena-se a saída em  $D$  e em  $O$  (simultaneamente).

$$\text{em } D: s_1(n) = r(n) * t_{pd}(n) \longleftrightarrow S_1(e^{j\omega}) = R(e^{j\omega})T_{pd}(e^{j\omega})$$

$$\text{em } O: s_2(n) = r(n) * t_{po}(n) \longleftrightarrow S_2(e^{j\omega}) = R(e^{j\omega})T_{po}(e^{j\omega})$$

2 - Injeta-se o sinal  $s_1(n)$  em  $S$  e armazena-se a saída em  $O$ .

$$\text{em } O: s_3(n) = s_1(n) * t_{so}(n) \longleftrightarrow S_3(e^{j\omega}) = S_1(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega})$$

3 - Injeta-se o sinal  $-s_2(n)$  em  $S$  e armazena-se a saída em  $D$ .

$$\text{em } D: s_4(n) = -s_2(n) * t_{sd}(n) \longleftrightarrow S_4(e^{j\omega}) = -S_2(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega})$$

4 - Efetua-se:

$$s_5(n) = s_4(n) + s_3(n) \longleftrightarrow S_5(e^{j\omega}) = S_4(e^{j\omega}) + S_3(e^{j\omega})$$

Definindo-se:

- sequência de saída

$$y(n) = -s_2(n) \longleftrightarrow -S_2(e^{j\omega}) = -T_{po}(e^{j\omega})R(e^{j\omega})$$

- sequência de entrada

$$u(n) = s_5(n) \longleftrightarrow [-T_{po}(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega}) + T_{pd}(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega})]R(e^{j\omega})$$

Pode-se observar que estas sequências estão relacionadas por:

$C_o(e^{j\omega})$ , ou seja:

$$\frac{Y(e^{j\omega})}{U(e^{j\omega})} = \frac{T_{po}(e^{j\omega})}{T_{po}(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega}) - T_{pd}(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega})} = C_o(e^{j\omega}) \quad (5.13)$$

A Figura 5.2 representa este algoritmo de obtenção dos sinais  $u(n)$  e  $y(n)$ .

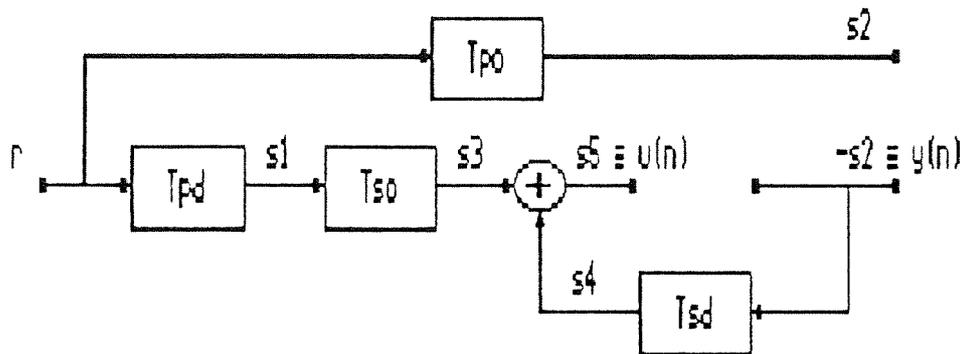


Figura 5.2 Experimento de C. F. Ross.

Possuindo estas duas seqüências, C. F. Ross utiliza um método de identificação de sistemas, no caso o dos Mínimos Quadrados, para obter os coeficientes do controlador.

## 5.2 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS (IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA)

Para enquadrar o problema de determinação dos coeficientes do controlador no contexto de identificação de sistemas, deve-se definir o seguinte:

- O conjunto de dados (dados de entrada e saída).

- A classe de sistemas (modelo).
- O critério para medir o quanto o modelo escolhido aproxima-se do sistema físico.

No presente trabalho serão usadas técnicas de identificação de sistemas baseadas no erro de predição [24,25] , ou seja, a qualidade do modelo será verificada através da medida do erro de predição, que é o sinal definido como a diferença entre a saída originada pelo sistema real e a saída prevista pelo modelo. O critério para a seleção do melhor modelo será a norma quadrática do erro de predição.

#### 5.2.1 DEFINIÇÃO DO PREDITOR E DO ERRO DE PREDIÇÃO

Supondo que os dados de entrada e de saída,  $u(n)$  e  $y(n)$ , do sistema físico que deseja-se modelar estejam relacionados, como indicado na Figura 5.3, por:

$$y(n) = G_0(q) u(n) + v(n) \quad (5.14)$$

onde:

$q^{-1}$  é o operador atraso, definido por:

$$q^{-1}x(n) = x(n-1) \quad (5.15)$$

$$G_0(q) = \sum_{k=0}^{\infty} g_0(k) q^{-k} \quad (5.16)$$

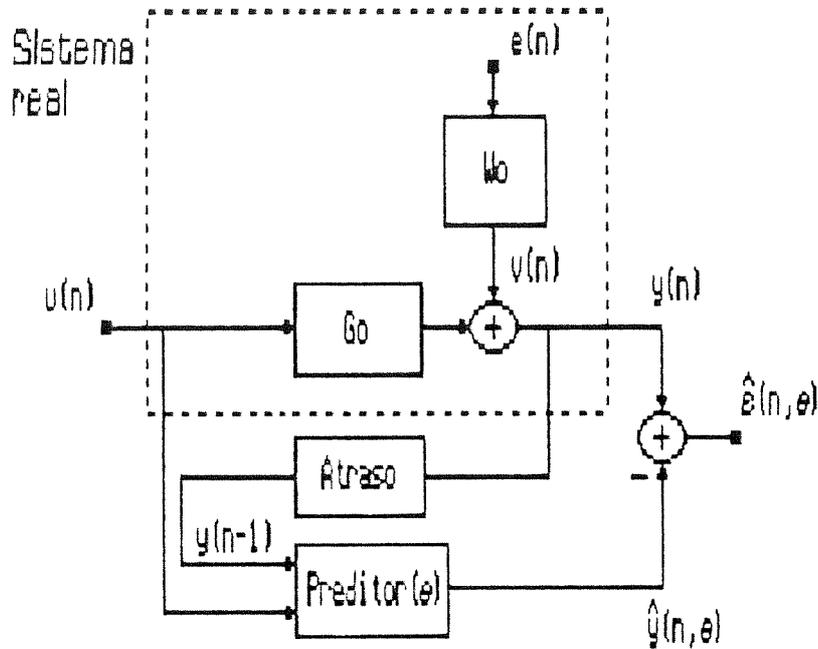


Figura 5.3 Definição do erro de predição.

$$v(n) = W_0(q) e(n) = \sum_{k=0}^{\infty} w_0(k) q^{-k} e(n) = \sum_{k=0}^{\infty} w_0(k) e(n-k) \quad (5.17)$$

$\{e(n)\}$  = Sequência de variáveis aleatórias independentes com médias zero e variâncias  $\sigma_e^2$ .

A predição de  $y(n)$ , dados os valores passados de  $y(n)$  e os valores de  $u(n)$ , simbolizada por  $\hat{y}(n/n-1)$  é dada por:

$$\hat{y}(n/n-1) = G_0(q) u(n) + \hat{v}(n/n-1) \quad (5.18)$$

onde

$$\hat{v}(n/n-1) = E[v(n)/n-1] = \sum_{k=1}^{\infty} w_0(k) q^{-k} e(n) \quad (5.19)$$

Supondo, sem perda de generalidade, que  $w_0(0) = 1$ :

$$\hat{v}(n/n-1) =$$

$$[W_0(q)-1]e(n) = [1-W_0^{-1}(q)]v(n) = [1-W_0^{-1}(q)][y(n)-G_0(q)u(n)] \quad (5.20)$$

Daí pode-se chegar às expressões para a predição de  $y(n)$  e do erro de predição:

$$\hat{y}(n/n-1) = W_0^{-1}(q)G_0(q)u(n) + [1 - W_0^{-1}(q)]y(n) \quad (5.21)$$

$$\varepsilon(n) = y(n) - \hat{y}(n/n-1) = W_0^{-1}(q)[y(n) - G_0(q)u(n)] \quad (5.22)$$

Na verdade, não se tem conhecimento, à priori, de  $G_0(q)$  nem de  $W_0(q)$ , seus coeficientes serão determinados através de procedimentos de estimação de parâmetros. Por esta razão, as expressões (5.21) e (5.22) devem ser reescritas em função do conjunto de coeficientes do modelo, representado pelo vetor  $\theta$ . As equações para o preditor de um passo em função de  $\theta$  ficam então:

$$\hat{y}(n,\theta) = W^{-1}(q,\theta)G(q,\theta)u(n) + [1 - W^{-1}(q,\theta)]y(n) \quad (5.23)$$

$$\varepsilon(n,\theta) = W^{-1}(q,\theta) [y(n) - G(q,\theta)u(n)] \quad (5.24)$$

## 5.2.2 MINIMIZAÇÃO DO ERRO DE PREDIÇÃO

No procedimento de estimação paramétrica o que se procura é o conjunto de parâmetros,  $\hat{\theta}$ , que minimize uma função do erro de

predição,  $V$ . No caso do critério dos mínimos quadrados, (LS), a função erro  $V$ , é dada por:

$$V(\theta, N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon^2(n, \theta) \quad (5.25)$$

Sendo assim, o vetor de coeficientes  $\hat{\theta}$  associado ao critério dos mínimos quadrados é dado por:

$$\hat{\theta}_N^{LS} = \arg \min [V(\theta, N)] \quad (5.26)$$

Escolhendo, em (5.23), (5.24), as funções  $G(q, \theta)$  e  $W(q, \theta)$  como:

$$G(q, \theta) = \frac{B(q, \theta)}{1 - A(q, \theta)} \quad W(q, \theta) = \frac{1}{1 - A(q, \theta)} \quad (5.27) \quad (5.28)$$

onde

$$B(q, \theta) = \sum_{k=0}^L b_k q^{-k} \quad A(q, \theta) = \sum_{k=1}^M a_k q^{-k} \quad (5.29) \quad (5.30)$$

pode-se chegar à expressão do preditor, substituindo (5.27) e (5.28) em (5.23):

$$\hat{y}(n, \theta) = B(q, \theta)u(n) + A(q, \theta)y(n) \quad (5.31)$$

Este modelo é conhecido como ARX, pois combina a parcela  $A(q, \theta)y(n)$ , parte auto-regressiva, com entrada de controle

$B(q,\theta)u(n)$ , que em econometria é conhecida como variável exógena. Este modelo pode ser visto na Figura 5.4.

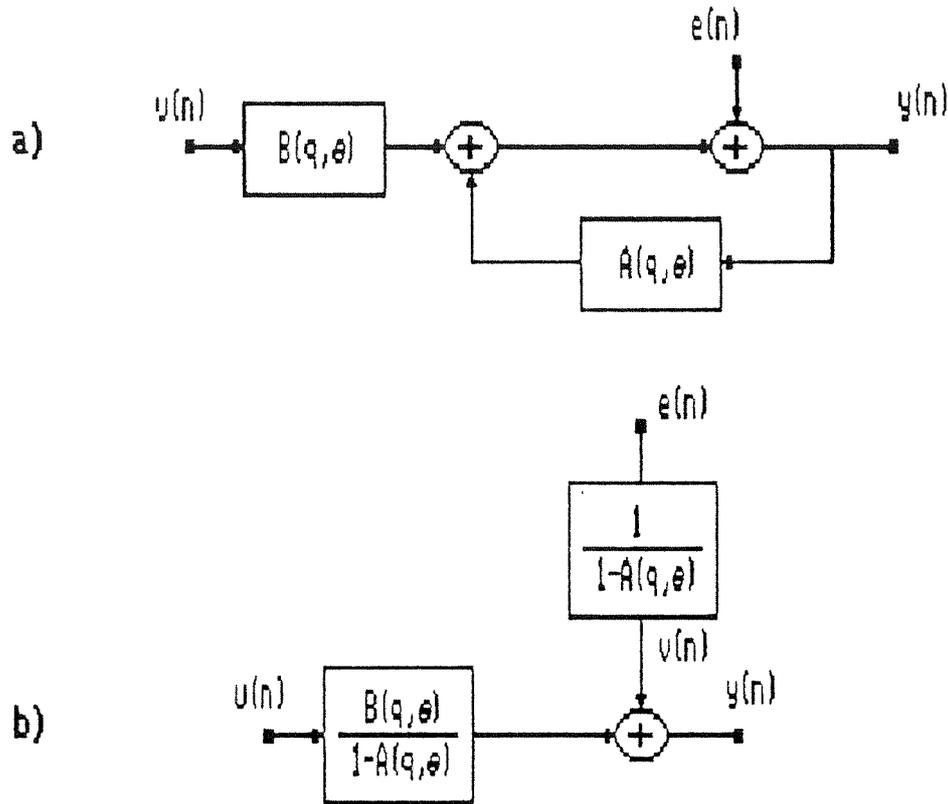


Figura 5.4 Modelo ARX. a) Representação usando blocos FIR. b) Representação usando blocos IIR.

A expressão (5.31) pode ser reescrita como:

$$\hat{y}(n, \theta) = \varphi^T(n) \theta \tag{5.32}$$

onde  $\varphi$  é conhecido como vetor regressão e  $\theta$  é o vetor de coeficientes:

$$\varphi(n) = [y(n-1) \ y(n-2) \ \dots \ y(n-M) \ u(n) \ u(n-1) \ \dots \ u(n-L)]^T \tag{5.33}$$

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_L] \tag{5.34}$$

Para este modelo, a função erro,  $V$  (critério dos mínimos quadrados - LS), e o argumento que a minimiza são:

$$V(\theta, N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} [y(n) - \varphi^T(n) \theta]^2 \quad (5.35)$$

$$\hat{\theta}_N^{LS} = \arg \min [V(\theta, N)] = \mathbf{R}^{-1}(N) \mathbf{f}(N) \quad (5.36)$$

onde a matriz  $\mathbf{R}(N)$  e o vetor  $\mathbf{f}(N)$  são definidos como:

$$\mathbf{R}(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi(n) \varphi^T(n) \quad (5.37)$$

$$\mathbf{f}(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi(n) y(n) \quad (5.38)$$

A partir dos sinais de entrada e de saída,  $u(n)$  e  $y(n)$ , do sistema que se deseja modelar pode-se chegar à matriz  $\mathbf{R}(N)$  e ao vetor  $\mathbf{f}(N)$  descritos em (5.37) e (5.38). Resolvendo-se (5.36) obtém-se  $\hat{\theta}$  e, conseqüentemente, determina-se o sistema  $G(q, \theta)$  que modela o sistema desejado.

### 5.2.3 CONDIÇÕES PARA CONVERGÊNCIA

Supondo que os dados tenham sido gerados por:

$$y(n) = \varphi^T(n) \theta_0 + e(n) \quad (5.39)$$

onde  $\theta_0$  pode ser visto como o valor "real" do vetor de parâmetros, tem-se de (5.36), (5.38) e (5.39) que o conjunto de parâmetros estimado segundo o critério dos mínimos quadrados,  $\hat{\theta}_N^{LS}$ , é:

$$\hat{\theta}_N^{LS} = \mathbf{R}^{-1}(N) \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi(n) [\varphi^T(n) \theta_0 + e(n)] \quad (5.40)$$

$$= \theta_0 + \mathbf{R}^{-1}(N) \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi(n) e(n) \quad (5.41)$$

Pode-se observar que se  $e(n)$  for pequeno em relação a  $\varphi(n)$ ,  $\hat{\theta}$  se aproxima de  $\theta_0$ . Pode-se mostrar que  $\hat{\theta}$  converge para  $\theta_0$  quando  $N$  tende a infinito [24] se:

i)  $\{u(n)\}$  e  $\{e(n)\}$  forem independentes e a matriz  $\mathbf{R}_u$ , cujos elementos  $r_u(i,j)$  são dados por

$$r_u(i,j) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u(n-i) u(n-j) \quad 0 \leq i \leq L, \quad 0 \leq j \leq L$$

for não singular. Esta condição pode ser satisfeita se o espectro de  $u(n)$ ,  $\phi_u(\omega)$  for maior que zero para qualquer  $\omega$ .

ii) a)  $\{e(n)\}$  for uma sequência de variáveis aleatórias independentes com média zero, ou

b)  $\{u(n)\}$  for uma sequência independente da sequência de média zero  $\{e(n)\}$  e  $\varphi(n)$  só contiver termos em  $u$ .

#### 5.2.4 LIMITE DE CONVERGÊNCIA-ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Para que seja possível analisar o limite de convergência de  $G$  para  $G_0$  no domínio da frequência é necessário definir a densidade espectral de potência de um sinal que é uma função da frequência e algumas de suas propriedades.

Define-se a densidade espectral de potência,  $\phi_s(\omega)$ , de um processo estacionário  $\{s(n)\}$  como a transformada de Fourier da função autocorrelação de  $s(n)$ ,  $R_s(i)$ , ou seja:

$$\phi_s(\omega) = \mathcal{F}(R_s(i)) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} R_s(i) e^{-j\omega i} \quad (5.42)$$

Tem-se que:

$$i) \quad E\{s^2(n)\} = R_s(0) = \mathcal{F}^{-1}(\phi_s(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int \phi_s(\omega) d\omega \quad (5.43)$$

ii) Para um sinal  $v(n) = G(q) w(n)$ , onde  $w(n)$  é um sinal estacionário com densidade espectral de potência  $\phi_w(\omega)$  tem-se:

$$\phi_v(\omega) = |G(e^{j\omega})|^2 \phi_w(\omega). \quad (5.44)$$

De posse destas definições e propriedades, pode-se analisar o limite de convergência no domínio da frequência.

Supondo que a saída do sistema,  $y(n)$ , tenha sido gerada por (5.14). O erro de predição, definido em (5.24), pode ser escrito

como:

$$\varepsilon(n, \theta) = W^{-1}(q, \theta) [ G_0(q) - G(q, \theta) ] u(n) + v(n) \quad (5.45)$$

Supondo-se  $\varepsilon(n, \theta)$  ergódico tem-se que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} V(\theta, N) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \varepsilon^2(n, \theta) = \frac{1}{2} E[\varepsilon^2(n, \theta)] = \bar{V}(\theta) \quad (5.46)$$

Tem-se de (5.45) e (5.46) e das propriedades apresentadas anteriormente que

$$\bar{V}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_{2\pi} \phi_{\varepsilon}(\omega, \theta) d\omega \quad (5.47)$$

onde

$$\phi_{\varepsilon}(\omega, \theta) = \frac{|G_0(e^{j\omega}) - G(e^{j\omega}, \theta)|^2 \phi_u(\omega) + \phi_v(\omega)}{|W(e^{j\omega}, \theta)|^2} \quad (5.48)$$

Heuristicamente, a busca dos parâmetros  $\theta$  que minimizam a função  $V(\theta)$  pode ser vista como um compromisso entre a minimização de

$$\int_{2\pi} \frac{|G_0(e^{j\omega}) - G(e^{j\omega}, \theta)|^2 \phi_u(\omega)}{|W(e^{j\omega}, \theta)|^2} d\omega \quad (5.49)$$

e o ajustamento de  $|W(e^{j\omega}, \theta)|^2$  ao espectro do erro,  $\phi_e(\omega, \theta)$  [24].

A expressão (5.49) pode ser reescrita como:

$$\int_0^{2\pi} \underbrace{\left| \frac{G_0(e^{j\omega}) - G(e^{j\omega}, \theta)}{G_0(e^{j\omega})} \right|^2}_{\text{Erro relativo entre } G_0 \text{ e } G} \underbrace{\left[ \frac{\phi_u(\omega) |G_0(e^{j\omega})|^2}{|W(e^{j\omega}, \theta)|^2} \right]}_{\text{Fator de ponderação}} d\omega \quad (5.50)$$

Pode-se perceber que a expressão (5.50) é composta por dois fatores: o primeiro representa o erro relativo entre  $G_0$  e  $G$ , o segundo pode ser visto como um fator de ponderação sobre este erro. Este fator permite um controle sobre o ajustamento de  $G(e^{j\omega}, \theta)$  à  $G_0(e^{j\omega})$ .

### 5.3 PONDERAÇÃO

Neste trabalho deseja-se reduzir o nível médio de ruído ao longo da faixa de operação do sistema. Não se pretende dar atenção particular a nenhum segmento do espectro ao longo desta faixa, o que até pode ser interessante se, por exemplo, exige-se que o sistema reduza mais eficientemente o ruído em regiões do espectro onde a audibilidade é maior. Neste caso poderiam se utilizar as curvas de Fletcher-Munson [26], que indicam o nível

de audibilidade em função da frequência e no nível de pressão sonora.

Pode-se definir o índice de atenuação,  $\eta$ , do sistema como a média, não ponderada, ao longo da faixa de operação, da razão entre a potência do ruído com o controlador ligado e a potência do ruído com o controlador desligado, ou seja:

$$\eta = \int_0^{\omega_0} \left| \frac{1}{K(e^{j\omega})} \right|^2 d\omega \quad (5.51)$$

Onde  $\omega_0$  é a frequência discreta máxima de operação, em radianos, associada ao limite superior de frequência, o qual está determinado pela frequência de corte do duto e  $K(e^{j\omega})$  é o ganho imposto pelo controlador, ou seja:

$$K(e^{j\omega}) = \frac{O(e^{j\omega}) \text{ (com o controlador ligado)}}{O(e^{j\omega}) \text{ (com o controlador desligado)}} \quad (5.52)$$

Observando-se a Figura 4.9 pode-se constatar que  $O(e^{j\omega})$  em função do controlador,  $C(e^{j\omega})$ , é dado por:

$$O(e^{j\omega}) = \frac{T_{po}(e^{j\omega}) + C(e^{j\omega}) [T_{pd}(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega}) - T_{sd}(e^{j\omega})T_{po}(e^{j\omega})]}{1 - C(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega})} P(e^{j\omega}) \quad (5.53)$$

Portanto:

$$K(e^{j\omega}) = \frac{T_{po}(e^{j\omega}) + C(e^{j\omega}) [T_{pd}(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega}) - T_{sd}(e^{j\omega})T_{po}(e^{j\omega})]}{[1 - C(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega})]T_{po}(e^{j\omega})} \quad (5.54)$$

Maximizar o índice de atenuação do sistema equivale a minimizar o ganho médio imposto pelo controlador,  $E_m$ , ou seja:

$$E_m = \int_0^{\omega_0} |K(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (5.55)$$

Reescrevendo  $K(e^{j\omega})$  na expressão (5.55) como função de  $C_0(e^{j\omega})$ , dado na equação (5.13), obtém-se o seguinte:

$$E_m = \int_0^{2\pi} \underbrace{\left| \frac{C_0(e^{j\omega}) - C(e^{j\omega})}{C_0(e^{j\omega})} \right|^2}_{\text{erro relativo entre } C \text{ e } C_0} \underbrace{\left| \frac{1}{1 - C(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega})} \right|^2}_{\text{fator de ponderação}} \underbrace{[u(\omega) - u(\omega - \omega_0)]}_{\text{fator de ponderação}} d\omega \quad (5.56)$$

onde  $u(x)$  é a função degrau unitário.

Observando-se a expressão (5.56) percebe-se que o primeiro fator representa o erro relativo quadrático entre o controlador em questão,  $C$ , e o controlador ideal,  $C_0$ , em função da frequência e o segundo e terceiro fatores quantificam a importância deste erro no ganho médio do sistema. Portanto, deve-se tentar respeitar essa ponderação no momento do ajuste dos parâmetros do modelo, de forma a reduzir mais intensamente o

erro entre  $C$  e  $C_0$  nas frequências em que este contribui bastante para o ganho médio imposto pelo controlador. Para tal, determina-se  $\phi_u(\omega)$  de forma que o fator de ponderação de (5.50) aproxime-se dos fatores de ponderação em (5.56). Igualando-se o fator de ponderação em (5.50) aos fatores de ponderação em (5.56) obtém-se:

$$\phi_u(\omega) = \left| \frac{1}{1 - C(e^{j\omega})Tsd(e^{j\omega})} \right|^2 \frac{|C_0(e^{j\omega})|^2}{|W(e^{j\omega}, \theta)|^2} [u(\omega) - u(\omega - \omega_0)] \quad (5.57)$$

Aproximando-se em (5.57)  $C(e^{j\omega})$  por  $C_0(e^{j\omega})$  e substituindo-se  $C_0(e^{j\omega})$  pela expressão (4.33) chega-se a:

$$\phi_u(\omega) = \frac{|Tpo(e^{j\omega})Tsd(e^{j\omega}) - Tpd(e^{j\omega})Tso(e^{j\omega})|^4}{|Tpo(e^{j\omega})Tpd(e^{j\omega})Tso(e^{j\omega})|^2} [u(\omega) - u(\omega - \omega_0)] |W(e^{j\omega}, \theta)|^2 \quad (5.58)$$

Do algoritmo de Ross observa-se que:

$$\phi_u(\omega) = |Tpo(e^{j\omega})Tsd(e^{j\omega}) - Tpd(e^{j\omega})Tso(e^{j\omega})|^2 \phi_r(\omega) \quad (5.59)$$

Portanto deve-se ter um sinal  $r(t)$  com o espectro:

$$\phi_r(\omega) = \frac{|Tpo(e^{j\omega})Tsd(e^{j\omega}) - Tpd(e^{j\omega})Tso(e^{j\omega})|^2}{|Tpo(e^{j\omega})Tpd(e^{j\omega})Tso(e^{j\omega})|^2} [u(\omega) - u(\omega - \omega_0)] |W(e^{j\omega}, \theta)|^2 \quad (5.60)$$

Para que isto seja alcançado, pode-se fazer com que o sinal  $r(n)$  seja obtido através da passagem de um ruído branco, com média zero por três filtros,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , cujo conjunto possua módulo ao quadrado semelhante à expressão (5.60).

O primeiro filtro,  $F_1$ , com módulo semelhante ao fator

$$\frac{|T_{po}(e^{j\omega})T_{sd}(e^{j\omega}) - T_{pd}(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega})|^2}{|T_{po}(e^{j\omega})T_{pd}(e^{j\omega})T_{so}(e^{j\omega})|^2}$$

pode ser obtido pelo seguinte procedimento:

1- Gera-se, através de um experimento semelhante ao descrito por C. F. Ross, duas seqüências  $s_1(n)$  e  $s_2(n)$ :

$$s_1(n) = n(n) * [t_{po}(n) * t_{sd}(n) - t_{pd}(n) * t_{so}(n)]$$

$$s_2(n) = n(n) * [t_{po}(n) * t_{pd}(n) * t_{so}(n)]$$

$n(n)$  = ruído branco de média zero.

$$2- \text{ Identifica-se o filtro } P_o: P_o(e^{j\omega}) = \frac{S_1(e^{j\omega})}{S_2(e^{j\omega})}$$

onde  $S_1(e^{j\omega})$  e  $S_2(e^{j\omega})$  são, respectivamente, as transformadas de Fourier de  $s_1(n)$  e  $s_2(n)$ .

3- Inverte-se o filtro  $P_o$ . Caso  $P_o^{-1}$  seja estável  $F_1 = P_o^{-1}$ . Do contrário, refletem-se os polos instáveis de  $P_o^{-1}$  ( $p = r \cdot e^{j\theta}$ ,  $r > 1$ ) para o interior do círculo unitário ( $p' = r^{-1} \cdot e^{j\theta}$ ) e desta forma obtém-se  $F_1$  estável com a mesma característica de

módulo que  $Po^{-1}$ .

Para aproximar o segundo fator,  $[u(\omega) - u(\omega - \omega_0)]$ , usa-se um filtro,  $F_2$ , com característica passa-baixa e com frequência de corte igual a  $\omega_0$ .

Quanto ao fator  $|W(e^{j\omega}, \theta)|^2$ , pode-se constatar que o mesmo assume diferentes formas em função do modelo utilizado. Por exemplo: no caso de ter-se como modelo uma estrutura do tipo FIR, Figura 5.5, este fator possui valor constante igual a 1.

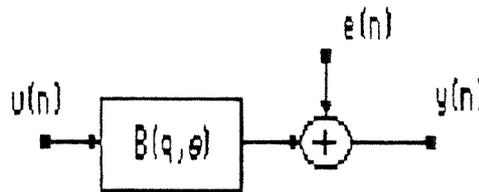


Figura 5.5 Estrutura tipo FIR.

Para um modelo IIR com ruído de saída,  $e(n)$ , branco com média zero, modelo de erro de saída (OEM), Figura 5.6, este fator apresenta também valor unitário. No caso de um modelo ARX, Figura 5.4, observa-se que  $W(e^{j\omega}, \theta) = 1/[1 - A(e^{j\omega}, \theta)]$ . Nos dois primeiros casos o terceiro filtro,  $F_3$ , não é necessário, porém,

no último caso, para tentar aproximar este fator é necessário fazer-se uma primeira identificação do controlador, para, de posse de seu denominador, implementar o filtro  $F_3 = 1/[1-A(e^{j\omega}, \theta)]$

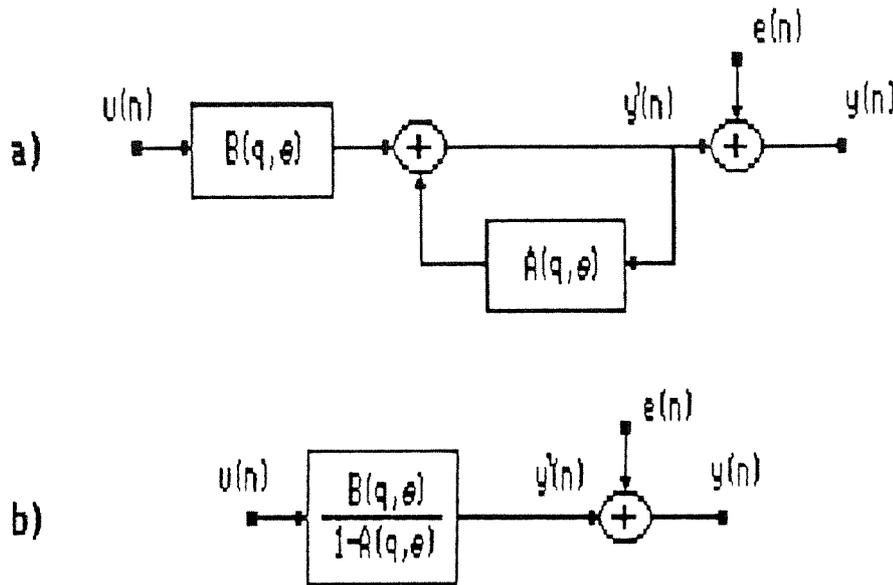


Figura 5.6 Estrutura IIR com erro de saída. a) Representação com blocos FIR. b) Representação com blocos IIR.

Com os três filtros,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , pode-se obter o ruído  $r(n)$  com a densidade espectral de potência,  $\phi_r$ , desejada. Possuindo  $r(n)$  pode-se então realizar o experimento descrito por C. F. Ross, e obter os sinais  $u(n)$  e  $y(n)$  para posteriormente realizar o processo de identificação.

Deve-se observar que no caso de se utilizar o modelo de erro de saída (OEM) o procedimento de identificação não mais pode ser realizado através das expressões (5.36), (5.37) e (5.38), pois não se conhece, à priori, as saídas  $y'(n)$  e, conseqüentemente, desconhecem-se os vetores  $\phi(n)$ . Portanto, para

montar os vetores  $\varphi(n)$  é necessário estimar  $y'(n)$ . Esta estimativa pode ser feita por:

$$\hat{y}'(n,\theta) = \varphi^T(n,\theta).\theta \tag{5.61}$$

ficando o vetor  $\varphi(n,\theta)$  da seguinte forma:

$$\varphi(n,\theta) = \left[ \hat{y}'(n-1,\theta) \dots \hat{y}'(n-m,\theta) u(n,\theta) \dots u(n-L,\theta) \right]^T \tag{5.62}$$

Sendo o vetor  $\theta$  desconhecido, deve-se estimá-lo passo a passo, usando o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (RLS) [24,27]. Este processo de identificação, conhecido como regressão pseudolinear recursiva (RPLR), é representado na Figura 5.7:

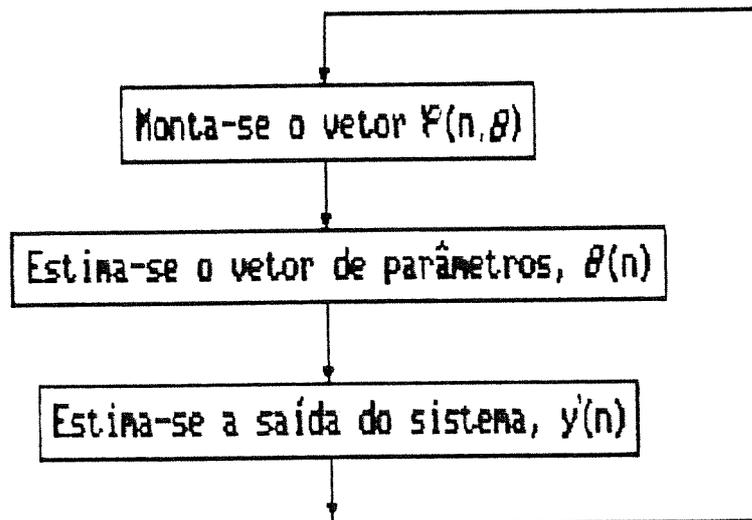


Figura 5.7 Regress\u00e3o pseudolinear recursiva (RPLR).

#### 5.4 NOVO ALGORÍTMO DE IDENTIFICAÇÃO PARA CONTROLE DE RUÍDO EM DUTOS.

Em [9] C. F. Ross utiliza, no controle de ruído, um conjunto de três microfones e uma linha de retardo com a finalidade de compor um detetor direcional. Desta maneira ele consegue atenuar a realimentação acústica entre a fonte secundária e o detetor, Tsd. No presente trabalho o detetor será implementado com apenas um microfone e, conseqüentemente, a realimentação acústica terá que ser "compensada" pelo controlador.

O experimento proposto por Ross gera duas séries,  $u(n)$  e  $y(n)$ , que são, respectivamente, a entrada e a saída do controlador ideal,  $C_0$ , Figura 5.8. Através do processo de identificação de sistemas determina-se um controlador  $C$ , que possui uma resposta semelhante a de  $C_0$ . No caso de se ter a realimentação acústica desprezível, a diferença entre  $C_0$  e  $C$ , ocasiona, apenas, uma redução no desempenho do sistema de controle. Fazendo-se Tsd igual a zero em (5.56), constata-se que o ganho médio imposto pelo controlador,  $E_m$ , fica proporcional ao erro relativo entre  $C$  e  $C_0$ . Caso Tsd não seja desprezível a afirmação acima não mais pode ser feita. Neste caso, pequenos erros entre  $C$  e  $C_0$  podem reduzir bastante o desempenho do sistema de controle e até torná-lo instável. Para tentar solucionar este problema alterou-se o algoritmo de identificação de forma que o mesmo leve em consideração a realimentação acústica.

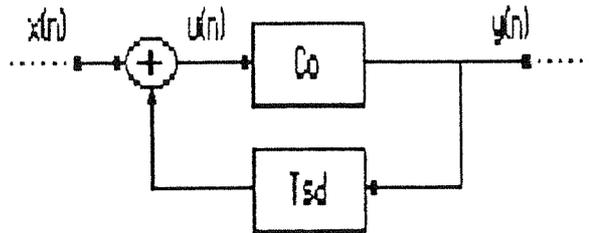


Figura 5.8 Detalhe dos sinais no algoritmo de Ross.

#### 5.4.1 DEFINIÇÃO DOS SINAIS

Neste novo processo executam-se os três primeiros passos do algoritmo de C. F. Ross para obtenção dos sinais descrito em 5.1.2. Define-se então:

- sequência de saída:

$$y(n) = -s_2(n)$$

- sequência de entrada:

$$x(n) = s_3(n)$$

Além destes dois sinais, estima-se também a resposta impulsional  $t_{sd}(n)$ . De posse destes três sinais pode-se partir para o algoritmo de identificação. Deve-se destacar que o sinal  $x(n)$  é a entrada do bloco controlador ideal realimentado por  $T_{sd}$ , Figura 5.8.

5.4.2 ALGORÍTMO DE IDENTIFICAÇÃO

O objetivo do algoritmo proposto neste trabalho é obter os parâmetros de um controlador C que minimize o erro,  $\varepsilon(n, \theta)$ , entre a saída do controlador ideal  $y(n)$  e a saída do controlador realimentado por Tsd,  $\hat{y}(n)$ , Figura 5.9. Com este intuito montou-

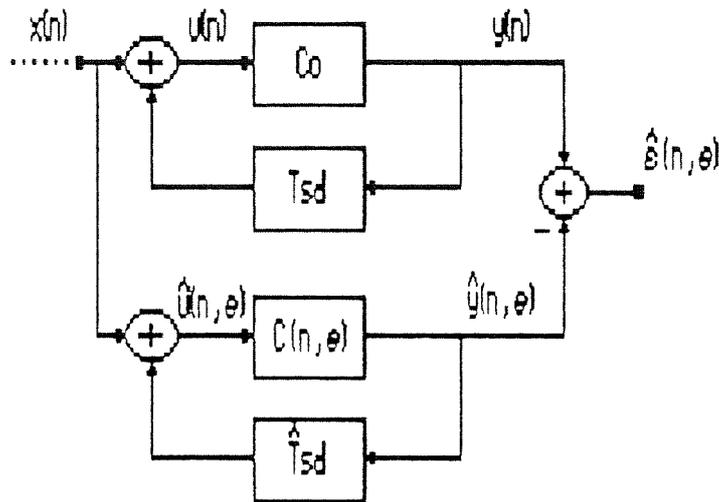


Figura 5.9 Definição do sinal erro para o novo algoritmo.

se um esquema semelhante ao algoritmo recursivo mostrado na Figura 5.7 em que para montagem do vetor  $\varphi(n)$ , estima-se, além da saída  $\hat{y}(n)$  como em (5.61), a entrada  $\hat{u}(n)$ . Portanto, o algoritmo pode ser resumido pelas seguintes expressões:

$$\hat{y}'(n, \theta) = \varphi^T(n, \theta) \cdot \theta \tag{5.63}$$

$$\hat{u}(n, \theta) = \hat{y}'(n, \theta) * \hat{t}_{sd}(n) + x(n) \tag{5.64}$$

$$\varphi(n, \theta) = \left[ \hat{y}'(n-1, \theta) \dots \hat{y}'(n-M, \theta) \hat{u}(n, \theta) \dots \hat{u}(n-L, \theta) \right]^T \quad (5.65)$$

Para estimar o vetor  $\theta$  usa-se também o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (RLS) [24,27].

É importante dizer que não se tem conhecimento teórico sobre a convergência do algoritmo proposto. Observou-se, apenas, que o mesmo convergia para o valor desejado em algumas simulações realizadas.

Para este novo processo de identificação pode-se verificar que a única ponderação necessária pode ser implementada fazendo-se com que o ruído  $r(n)$ , sinal de excitação do algoritmo de Ross, seja obtido através da filtragem de um ruído branco pelo filtro  $F_2$  (filtro passa baixa com frequência de corte igual a  $\omega_0$ ).

## 6. CONTROLE ADAPTATIVO

No Capítulo 2 comentou-se as limitações apresentadas, em aplicações práticas, pelos sistemas ativos de controle de ruído que utilizam como controladores filtros com coeficientes fixos. Controladores adaptativos, além de superarem as limitações já apontadas, apresentam a vantagem de não necessitarem de um experimento adicional, durante seu projeto, para determinar os parâmetros do filtro. Desta forma, estes sistemas de controle, uma vez projetados, podem ser empregados em várias situações, necessitando, no máximo, alguns pequenos ajustes.

Neste capítulo deseja-se apresentar a aplicação de filtragem adaptativa no controle ativo de ruído em dutos, indicando as particularidades e dificuldades na implementação deste tipo de controle.

Na Figura 6.1 apresenta-se a idéia inicial, simplificada, da aplicação de filtragem adaptativa no cancelamento de ruído. A planta representa o sistema real o qual possui como entrada o ruído primário junto ao detetor e como saída o sinal imediatamente após a fonte secundária. O sistema de controle utiliza como entrada uma amostra do ruído primário e sua saída é somada à saída da planta objetivando a atenuação do ruído. A saída do sistema controlado, ou seja, o resíduo da atenuação, é usada como sinal de erro pelo algoritmo de adaptação, o qual ajusta os coeficientes visando à minimização deste erro.

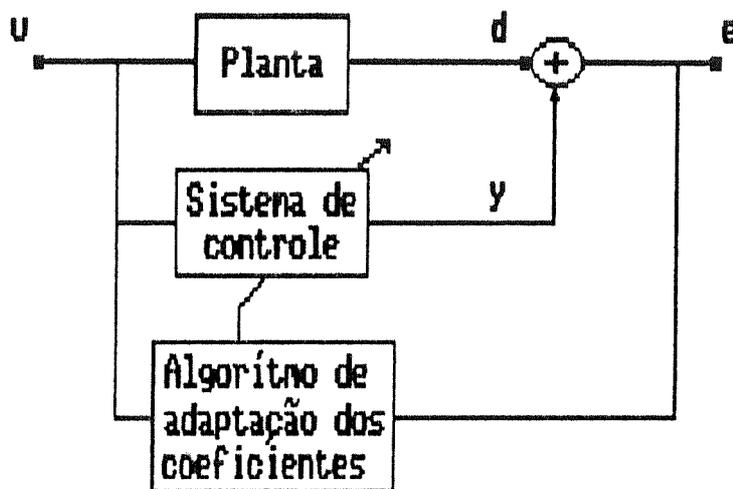


Figura 6.1 Sistema de controle adaptativo.

Um algoritmo bastante usado para adaptação dos coeficientes é o "Least Mean Square" (LMS) [28,29,34]. Ele apresenta como vantagem a simplicidade computacional.

## 6.1 "STEEPEST DESCENT" E "LEAST MEAN SQUARE" (LMS) - (REVISÃO)

Neste capítulo citar-se-ão, algumas vezes, o LMS e algumas expressões referentes a ele. Por esta razão é conveniente fazer uma rápida revisão de seu funcionamento, bem como do algoritmo "Steepest Descent", do qual é derivado.

### 6.1.1 "STEEPEST DESCENT"

Da Figura 6.2 tem-se que:

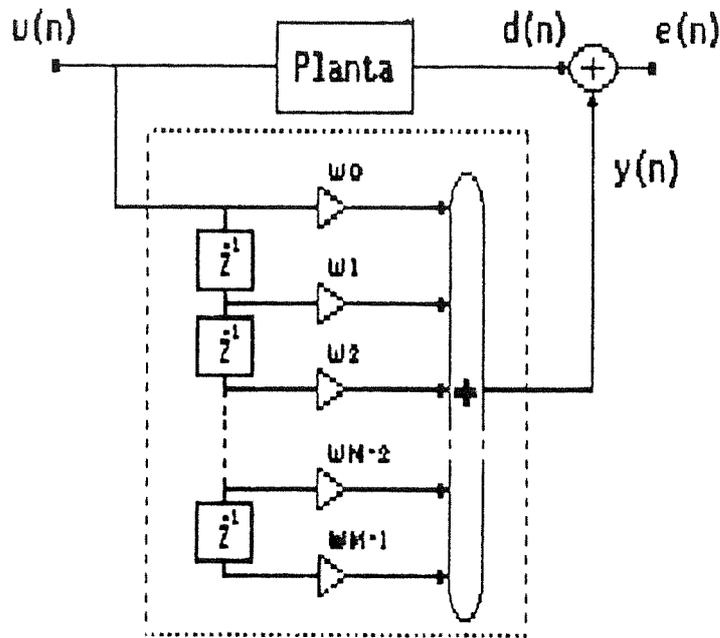


Figura 6.2 Detalhe do controlador (FIR).

$$e(n) = d(n) + y(n) \quad (6.1)$$

onde  $e(n)$  é o erro entre o sinal de saída da planta  $d(n)$  e o sinal gerado pelo controlador,  $y(n)$ . Pode-se, então, chegar a expressão do valor médio do erro quadrático em função dos coeficientes,  $J(w_0, w_1, \dots, w_{M-1})$ :

$$\begin{aligned} J(w_0, w_1, \dots, w_{M-1}) &= E[e^2(n)] = E[d^2(n)] + 2 E[y(n)d(n)] + E[y^2(n)] = \\ &= E[d^2(n)] + 2 \sum_{i=0}^{M-1} r_{du}(i) w_i + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} r_{uu}(i,j) w_i w_j \end{aligned} \quad (6.2)$$

onde  $r_{du}(i)$  e  $r_{uu}(i,j)$  são dados por:

$$r_{du}(i) = E[d(n)u(n-i)] \quad (6.3)$$

$$r_{uu}(i,j) = E[u(n-i)u(n-j)] \quad (6.4)$$

O gradiente de  $J(w_i)$  é dado por [34]:

$$\nabla(J(w_i)) = 2 r_{du}(i) + 2 \sum_{j=0}^{M-1} r_{uu}(i,j) w_j \quad 0 \leq i \leq M-1 \quad (6.5)$$

A expressão (6.5) escrita sob a forma de matriz fica:

$$\nabla(J(w)) = 2 r_{du} + 2 R_{uu} \cdot w \quad (6.6)$$

onde:

$$w = [w_0 \ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{M-1}]^T \quad (6.7)$$

$$r_{du} = [E[u(n)d(n)] \ E[u(n-1)d(n)] \ \dots \ E[u(n-M+1)d(n)]]^T \quad (6.8)$$

$$R_{uu} = \begin{bmatrix} E[u(n)u(n)] & E[u(n)u(n-1)] & \dots & E[u(n)u(n-M+1)] \\ E[u(n-1)u(n)] & E[u(n-1)u(n-1)] & \dots & E[u(n-1)u(n-M+1)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[u(n-M+1)u(n)] & E[u(n-M+1)u(n-1)] & \dots & E[u(n-M+1)u(n-M+1)] \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Portanto, o valor de  $w$  que conduz ao mínimo de  $J(w)$ ,  $w_0$  é [28,29,34]:

$$w_0 = R_{uu}^{-1} \cdot r_{du} \quad (6.10)$$

O resultado da equação normal, expressão (6.10), nem sempre é fácil de ser obtido diretamente. Dificuldades computacionais crescem à medida que se aumenta o número de coeficientes,  $M$ . Um

método iterativo para buscar  $w_0$  é o "steepest descent". Este método ajusta o vetor  $w$ , a partir de um conjunto de coeficientes inicial,  $w(0)$ , geralmente nulo, na direção negativa de  $\nabla(J(w))$  o qual é computado pela expressão (6.6). A adaptação dos coeficientes é dada por:

$$w(n+1) = w(n) - \frac{1}{2} \mu \nabla(J(w(n))) \quad (6.11)$$

$$w(n+1) = w(n) - \mu [r_{du} + R_{uu} \cdot w(n)] \quad (6.12)$$

onde  $\mu$  representa o passo do ajuste do vetor dos coeficientes.

O inconveniente do "Steepest Descent" reside no fato de que este algoritmo necessita do conhecimento prévio das características estatísticas de  $u(n)$  e de  $d(n)$ ,  $r_{du}$  e  $R_{uu}$ , para o cálculo do gradiente de  $J(w)$ , e estes dados nem sempre estão disponíveis.

#### 6.1.2 "LEAST MEAN SQUARE" - (LMS)

O LMS é um algoritmo de busca pelo gradiente no qual, a cada iteração, estima o vetor gradiente de  $J(w)$ . O gradiente do erro quadrático médio é estimado pelo gradiente do erro quadrático instantâneo. Portanto, a adaptação do LMS é dada pela seguinte expressão:

$$w(n+1) = w(n) - \frac{1}{2} \mu \hat{\nabla}(J(w(n))) \quad (6.13)$$

onde:

$$\hat{\nabla}(J(\mathbf{w}(n))) = \nabla(e^2(n)) = 2 e(n) \frac{dy(n)}{d\mathbf{w}} = 2 e(n)\mathbf{u}(n) \quad (6.14)$$

desta forma, chega-se a expressão de adaptação do LMS:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{u}(n)e(n) \quad (6.15)$$

Observando a expressão (6.15) pode-se verificar que sua computação exige, para um filtro FIR de ordem M, apenas 2M multiplicações e M somas e, portanto, apresenta baixa complexidade computacional como mencionou-se anteriormente. A Figura 6.3 representa este algoritmo. Nesta figura C representa o controlador (filtro FIR) cujos coeficientes são dados por  $\mathbf{w}$ . O cálculo da correção dos coeficientes,  $\mu\mathbf{u}(n)e(n)$ , é representado pelo operador  seguido pelo fator  $\mu$ , que recebem o vetor  $\mathbf{u}(n)$  e o escalar  $e(n)$  e produzem o vetor de ajuste  $\mu\mathbf{u}(n)e(n)$ .

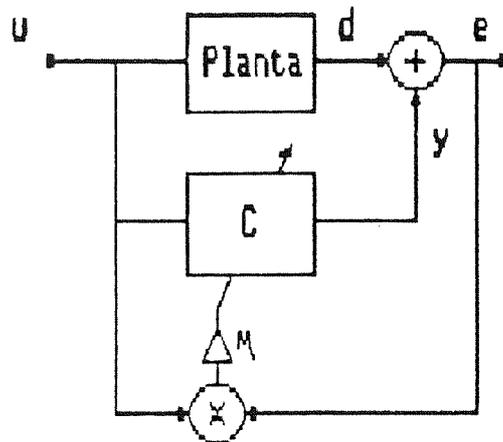


Figura 6.3 Controle adaptativo com filtro LMS (FIR).

## 6.2 ALGORÍTMO LMS (FIR) E O CONTROLE DE RUÍDO EM DUTOS

A Figura 6.1 não reflete exatamente a realidade do controle de ruído em dutos. Comparando-a com o diagrama de blocos - 3 apresentado na Figura 4.14-b, pode-se verificar que ela omite três características importantes:

- i) O sinal de entrada do controlador é, na realidade, composto de duas parcelas: a primeira é proveniente da entrada da planta,  $P_d$ ; a segunda é uma realimentação da saída do controlador.
- ii) A saída do controlador não é diretamente somada à saída da planta: ela atravessa primeiramente a transferência  $T_o$ .
- iii) Não se tem acesso direto ao sinal de erro (soma do sinal de

saída da planta com o sinal proveniente do controlador). O sinal de erro disponível é filtrado pela transferência  $P_e$ .

A Figura 6.4 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de controle de ruído em dutos, baseado no diagrama de blocos da Figura 4.14-b, que incorpora os detalhes omitidos na Figura 6.1.

Estas características do controle de ruídos em dutos fazem com que o filtro LMS, que possui como equação de ajuste dos coeficientes a expressão (6.15), não opere convenientemente neste ambiente, pois, neste caso, a expressão do estimador do

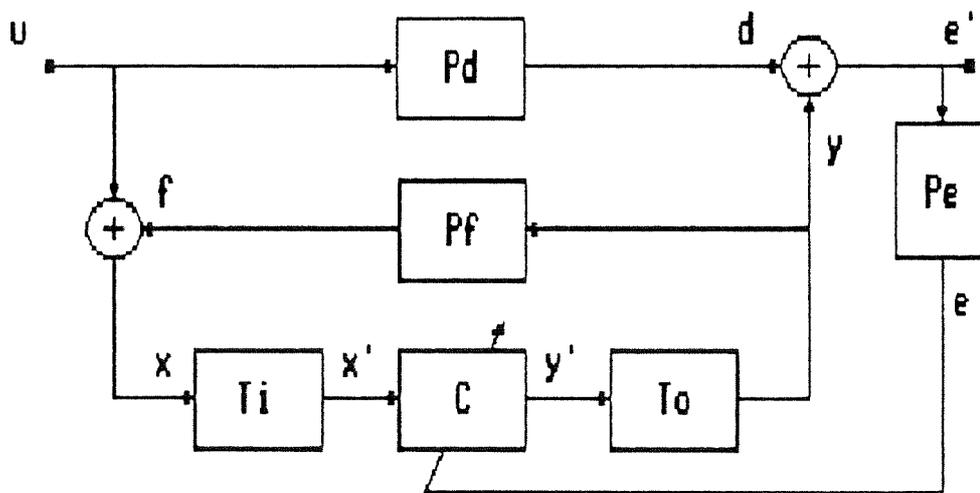


Figura 6.4 Sistema adaptativo para controle de ruído em dutos.

gradiente deixa de ser igual àquela apresentada em (6.14). Desta forma, algumas alterações são necessárias para que o filtro adaptativo FIR com busca pelo gradiente do erro quadrático passe a operar convenientemente no ambiente descrito.

No Apêndice B apresenta-se o desenvolvimento para se chegar às expressões apresentadas a seguir, que compõem o algoritmo LMS (FIR) adaptado ao controle ativo de ruído em dutos.

$$W(n+1) = W(n) + \mu e(n) \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} p_e(k) t_o(l) \Psi^F(n-k-l) \quad (6.16)$$

$$\Psi^F(n) = \left[ x^F(n) \ x^F(n-1) \ x^F(n-2) \ \dots \ x^F(n-N_b) \right]^T \quad (6.17)$$

$$x^F(n) = x'(n) + \sum_{j=0}^{N_b} b_j \sum_{k=0}^{\infty} h_f(k) x^F(n-j-k) \quad (6.18)$$

onde:

$t_o(n)$  = Resposta impulsional de do bloco  $T_o$ .

$t_i(n)$  = Resposta impulsional de do bloco  $T_i$ .

$p_e(n)$  = Resposta impulsional de do bloco  $P_e$ .

$p_f(n)$  = Resposta impulsional de do bloco  $P_f$ .

$$h_f(n) = p_f(n) * t_i(n) * t_o(n) \quad (6.19)$$

A Figura 6.5 apresenta este algoritmo. Pode-se destacar alguns inconvenientes deste algoritmo:

- Não se conhece  $p_f(n)$ ,  $t_o(n)$ ,  $t_i(n)$  nem  $p_e(n)$ .
- Todas estas transferências podem variar ao longo tempo, particularmente  $p_f(n)$  e  $p_e(n)$ .

Contudo, a utilização de um filtro FIR apresenta uma

limitação mais restrigente: um filtro FIR é incapaz de modelar a Planta Pd e cancelar o efeito da realimentação acústica [19].

Para solucionar os problemas criados pela realimentação acústica, pensa-se logo em substituir o filtro adaptativo FIR por um IIR, que, por possuir polos, pode tentar cancelar os efeitos da realimentação acústica, [19].

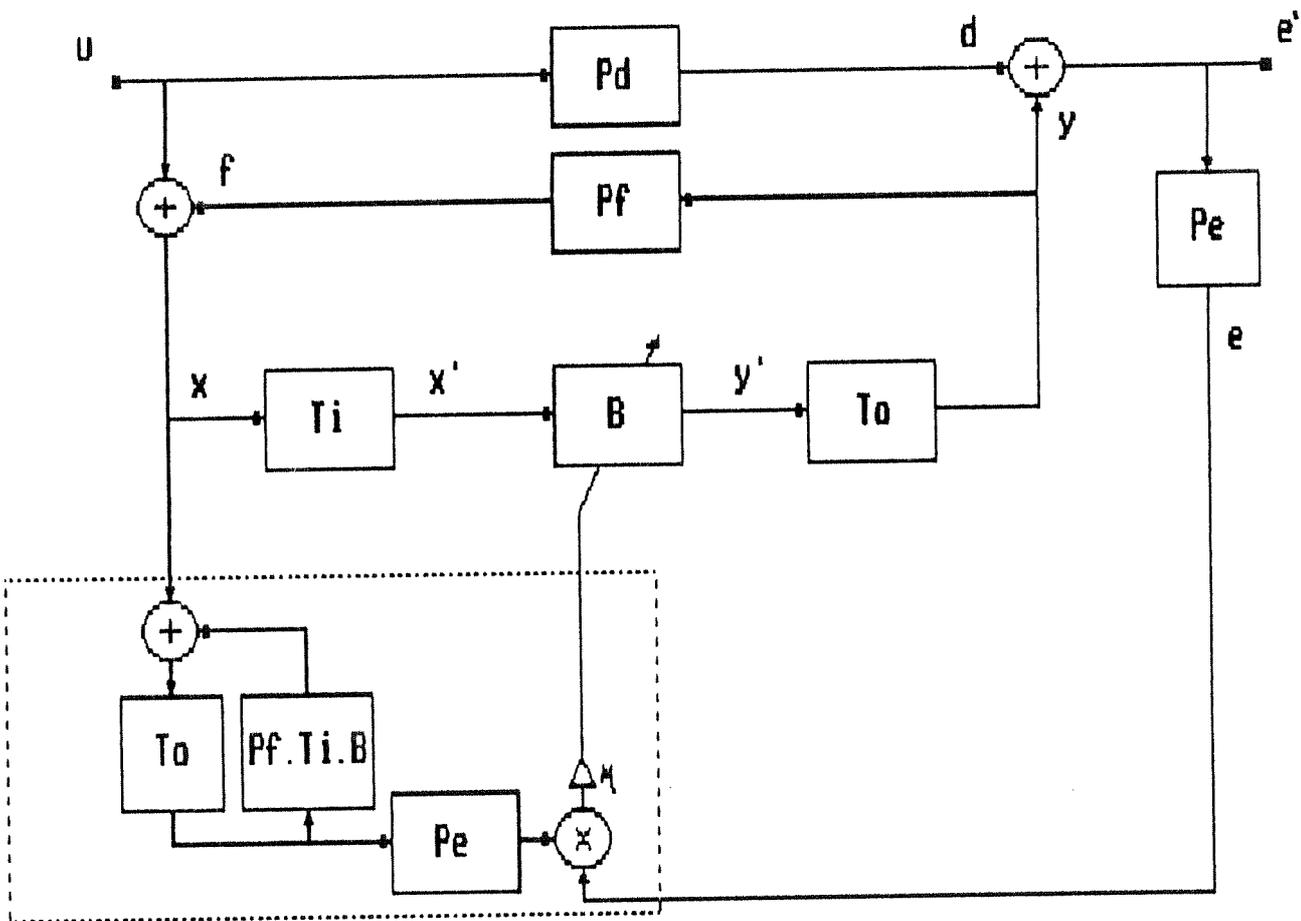


Figura 6.5 Sistema adaptativo para controle de ruído em dutos usando um filtro LMS (FIR).

### 6.3 FILTROS ADAPTATIVOS IIR

Com um filtro IIR operando como sistema de controle na Figura 6.1 tem-se que:

$$y(n) = \sum_{i=1}^{Na} a_i y(n-i) + \sum_{j=0}^{Nb} b_j u(n-j) \quad (6.20)$$

Neste caso o estimador do gradiente do erro médio quadrático, ou seja, o gradiente do erro quadrático instatâneo é:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial a_i(n)} = 2 e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial a_i(n)} \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial b_j(n)} = 2 e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial b_j(n)} \quad (6.22)$$

onde

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_i(n)} = y(n-i) + \sum_{s=1}^{Na} a_s \frac{\partial y(n-s)}{\partial a_i(n)} \quad (6.23)$$

$$\frac{\partial y(n)}{\partial b_j(n)} = u(n-j) + \sum_{s=1}^{Na} a_s \frac{\partial y(n-s)}{\partial b_j(n)} \quad (6.24)$$

A expressão de recursão para o cálculo dos coeficientes  $a_i$  e  $b_j$  fica então:

$$a_i(n+1) = a_i(n) - \frac{1}{2} \nu_i \frac{\partial e^2(n)}{\partial a_i(n)} \quad (6.25)$$

$$b_j(n+1) = b_j(n) - \frac{1}{2} \mu_j \frac{\partial e^2(n)}{\partial b_j(n)} \quad (6.26)$$

Devido à dificuldade na determinação de  $\frac{\partial y(n-s)}{\partial a_i(n)}$  é usual, considerando os passos de adaptação  $\mu_i$  e  $\nu_j$  pequenos, fazerem-se as seguintes aproximações [29,30]:

$$\frac{\partial y(n-s)}{\partial a_i(n)} \cong \frac{\partial y(n-s)}{\partial a_i(n-s)} \quad (6.27)$$

$$\frac{\partial y(n-s)}{\partial b_j(n)} \cong \frac{\partial y(n-s)}{\partial b_j(n-s)} \quad (6.28)$$

A partir das expressões (6.27) e (6.28) pode-se criar uma fórmula recursiva para o cálculo do gradiente da saída  $y$  com respeito aos coeficientes do filtro:

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_i(n)} \cong y(n-i) + \sum_{s=1}^{N_a} a_s(n) \frac{\partial y(n-s)}{\partial a_i(n-s)} \quad (6.29)$$

$$\frac{\partial y(n)}{\partial b_j(n)} \cong u(n-j) + \sum_{s=1}^{N_b} a_s(n) \frac{\partial y(n-s)}{\partial b_j(n-s)} \quad (6.30)$$

Definindo-se os vetores:

$$X(n) = [y(n-1) \dots y(n-N_a) \ u(n) \dots u(n-N_b)]^T \quad (6.31)$$

$$W(n) = [a_1 \dots a_{N_a} \ b_0 \dots b_{N_b}]^T \quad (6.32)$$

$$\Psi(n) = \left[ \frac{\partial y(n)}{\partial a_1(n)} \dots \frac{\partial y(n)}{\partial a_{N_a}(n)} \frac{\partial y(n)}{\partial b_0(n)} \dots \frac{\partial y(n)}{\partial b_{N_b}(n)} \right]^T \quad (6.33)$$

e a matriz diagonal

$$\Lambda = \text{diag} [\nu_1 \dots \nu_{N_a} \mu_0 \dots \mu_{N_b}] \quad (6.34)$$

pode-se resumir o algoritmo para adaptação dos coeficientes de um filtro IIR através das seguintes expressões:

$$\Psi(n) = X(n) + \sum_{s=1}^{N_a} a_s(n) \Psi(n-s) \quad (6.35)$$

$$W(n+1) = W(n) + \Lambda \Psi(n) e(n) \quad (6.36)$$

Pode-se constatar que este algoritmo implica em um grande esforço computacional dedicado ao cálculo recursivo do gradiente da saída, (6.35).

Novamente, apelando para pequenos valores do passo de adaptação pode-se fazer a seguinte aproximação [29]:

$$\Psi(n) \cong \Psi^F(n) = \left[ y^F(n-1) \dots y^F(n-N_a) u^F(n) \dots u^F(n-N_b) \right]^T \quad (6.37)$$

onde:

$$y^F(n) = y(n) + \sum_{s=1}^{N_a} a_s(n) y^F(n-s) \quad (6.38)$$

$$u^F(n) = u(n) + \sum_{s=1}^{N_a} a_s(n) u^F(n-s) \quad (6.39)$$

A aproximação (6.37) reduz bastante o esforço computacional exigido. A Figura 6.6 apresenta o diagrama de blocos deste

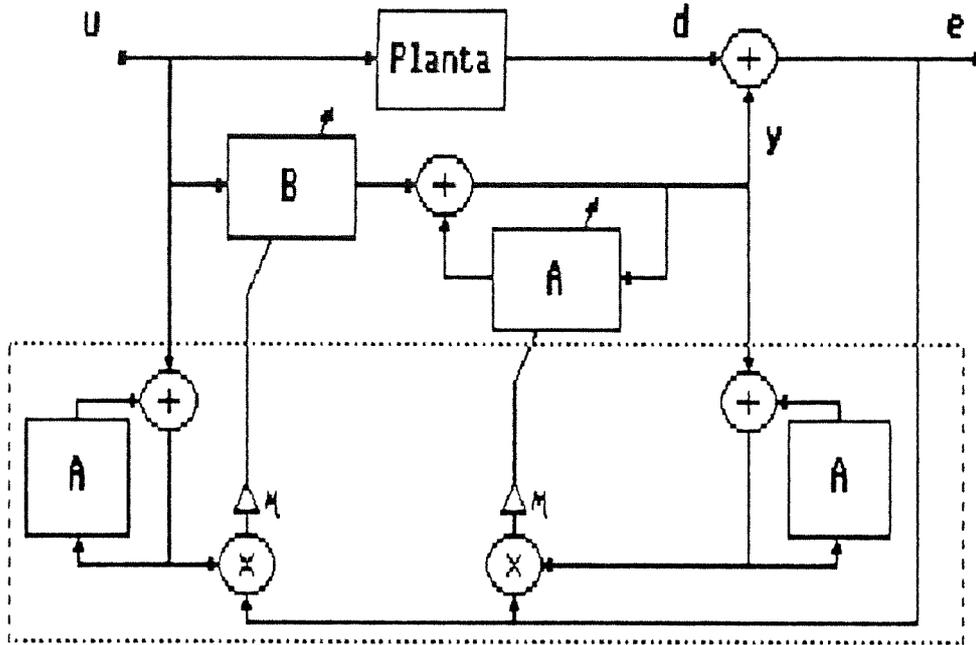


Figura 6.6 Controle adaptativo com filtro LMS (IIR).

algoritmo. Os blocos A e B representam respectivamente os

filtros

$$A(z) = \sum_{i=1}^{N_a} a_i z^{-i} \quad \text{e} \quad B(z) = \sum_{j=0}^{N_b} b_j z^{-j}$$

#### 6.4 FILTROS ADAPTATIVOS LMS (IIR) NO CONTROLE ATIVO DE RUÍDOS

Como no filtro adaptativo FIR, o algoritmo de adaptação do filtro IIR deve ser modificado de forma a se adequar à introdução das transferências  $T_i$ ,  $T_o$ ,  $P_f$  e  $P_e$  existentes no

problema de controle de ruído em dutos. Tem-se então as seguintes alterações:

$$e(n) = p_e(n) * [d(n) + t_o(n) * y(n)] \quad (6.40)$$

$$y'(n) = \sum_{i=1}^{N_a} a_i y'(n-i) + \sum_{j=0}^{N_b} b_j t_i(n) * u(n-j) + \sum_{j=0}^{N_b} b_j h_f(n) * y'(n-j) \quad (6.41)$$

onde:

$$h_f(n) = p_f(n) * t_i(n) * t_o(n) \quad (6.42)$$

Através de um desenvolvimento análogo ao apresentado para chegar-se às expressões do IIR adaptativo com busca pelo gradiente, (6.36), (6.37), (6.38) e (6.39), pode-se chegar, a partir das expressões (6.40), (6.41) e (6.42), ao algoritmo de adaptação dos coeficientes:

$$W(n+1) = W(n) + \Lambda e(n) \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} p_e(k) t_o(l) \Psi^F(n-k-l) \quad (6.43)$$

onde:

$$\Psi^F(n) = \left[ y^F(n-1) \dots y^F(n-N_a) \ x^F(n) \dots x^F(n-N_b) \right]^T \quad (6.44)$$

$$y^F(n) = y'(n) + \sum_{s=1}^{N_a} a_s(n) y^F(n-s) + \sum_{j=0}^{N_b} b_j \sum_{k=0}^{\infty} h_f(k) y^F(n-j-k) \quad (6.45)$$

$$x^F(n) = x'(n) + \sum_{s=1}^{Na} a_s(n) x^F(n-s) + \sum_{j=0}^{Nb} b_j \sum_{k=0}^{\infty} h_f(k) x^F(n-j-k) \quad (6.46)$$

Este algoritmo de adaptação pode ser melhor compreendido através da observação da Figura 6.7. Sua obtenção é apresentada no Apêndice B.

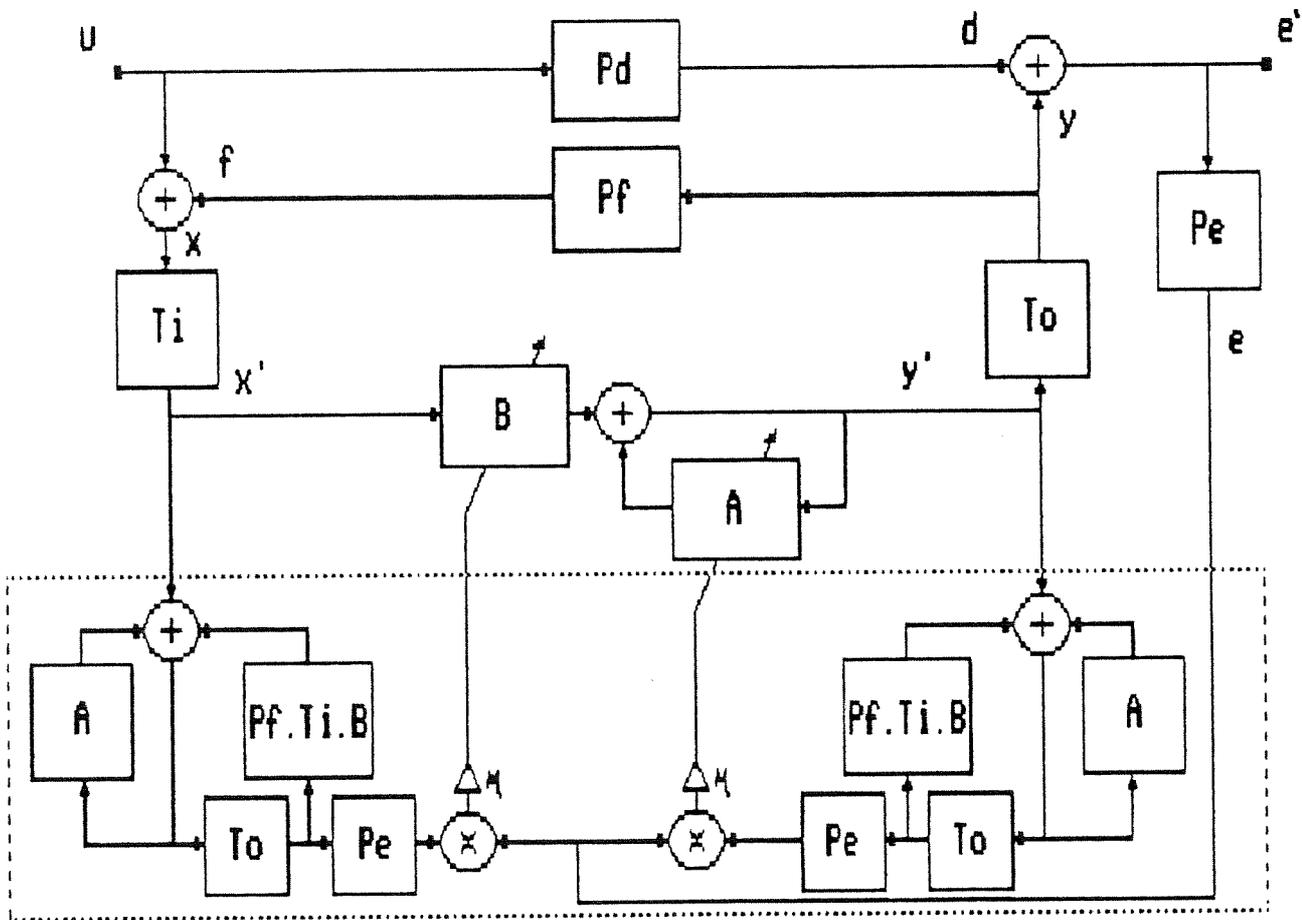


Figura 6.7 Sistema adaptativo para controle de ruído em dutos usando um filtro LMS (IIR).

### 6.5 RLMS (Recursive Least Mean Square)

Um outro algoritmo IIR adaptativo, mais simples que o apresentado na Figura 6.6, o RLMS (Recursive Least Mean Square), foi proposto por Feintucci [31]. A utilização deste algoritmo num sistema de controle de ruído em dutos foi proposta por Eriksson [14,19,20,21].

O algoritmo de adaptação é descrito pelas seguintes expressões:

$$a_i(n+1) = a_i(n) - \nu_i e(n) y(n-i) \quad 1 \leq i \leq N_a \quad (6.47)$$

$$b_j(n+1) = b_j(n) - \mu_j e(n) u(n-j) \quad 0 \leq j \leq N_b \quad (6.48)$$

Pode-se observar que estas expressões podem ser obtidas a partir das expressões (6.21), (6.22), (6.23), (6.24), (6.25) e (6.26), sendo que em (6.23) e (6.24) o termo que envolve a dependência dos valores passados da saída aos coeficientes atuais é desprezado, ou seja, os termos

$$\sum_{s=1}^{N_a} a_s \frac{\partial y(n-s)}{\partial a_i(n)} \quad \text{e} \quad \sum_{s=1}^{N_a} a_s \frac{\partial y(n-s)}{\partial b_j(n)}$$

são truncados da expressão do estimador do gradiente de  $y$ .

Este truncamento na expressão do estimador do gradiente da saída é forte, e o funcionamento do algoritmo ainda não é bem compreendido [32,33]. A Figura 6.8 apresenta este algoritmo.

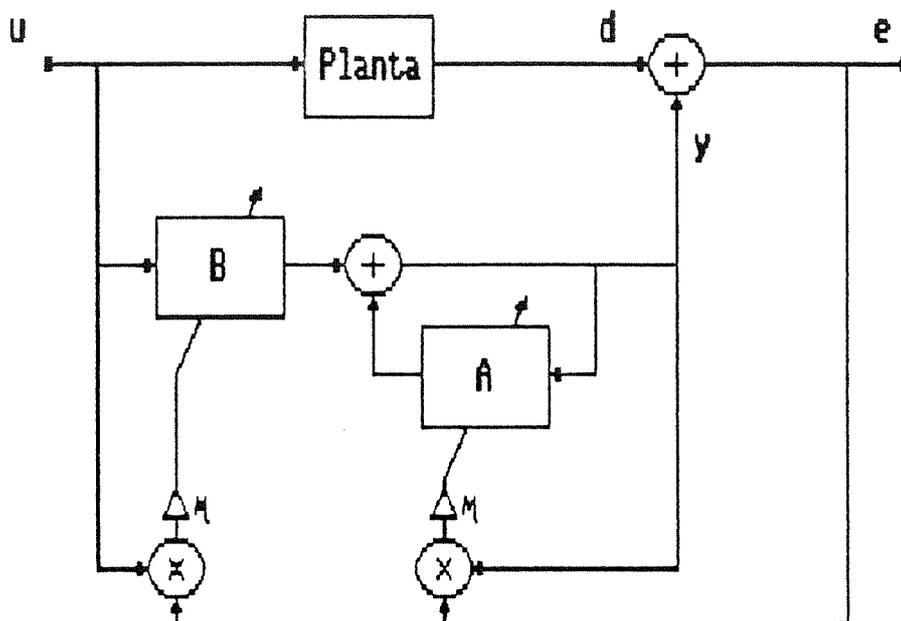


Figura 6.8 Algoritmo RLMS.

Para adequar este algoritmo ao controle de ruído em dutos, Eriksson [20], considerando as transferências  $T_o$  e  $P_e$ , propôs o algoritmo o qual denominou de "Filtered-U". Neste algoritmo os sinais  $u$  e  $y$  não entram diretamente no bloco de adaptação dos coeficientes. Cada um destes sinais é previamente filtrado por um filtro,  $G_c$ , o qual tenta reproduzir as transferências  $T_o$  e  $P_e$ .

Com o objetivo de conhecer as transferências  $T_o$  e  $P_e$ , necessárias à implementação deste algoritmo, Eriksson [20,21] também propôs a introdução de um gerador de ruído auxiliar,  $v$ , descorrelatado do ruído primário,  $u$ , associado a um filtro adaptativo LMS,  $G$ , de forma a identificar a associação  $(T_o.T_e)$ . Uma cópia dos coeficientes deste filtro é introduzida nos filtros  $G_c$ . O Algoritmo completo é mostrado na Figura 6.9.

Este algoritmo tem apresentado bons resultados no controle ativo de ruídos em dutos [11,21,22] e possui uma característica bastante desejada: sua adaptação é completamente "on-line", ou seja, não necessita nenhum processo de identificação, anterior à operação propriamente dita, para estabelecer os parâmetros de qualquer um de seus filtros, como era feito, anteriormente, em outros sistemas adaptativos para controle de ruído em dutos.

Um aspecto interessante de se notar é que o filtro adaptativo  $G$ , possuindo ordem suficiente, tentaria moldar, não somente as transferências  $T_o$  e  $P_e$  e sim a uma transferência composta por  $T_o$ ,  $P_e$ ,  $P_f$ ,  $T_i$ ,  $B$  e  $A$ . O valor de  $G$  que minimizaria o erro,  $G_o$  é:

$$G_o(z) = \frac{T_o(z).T_e(z)}{1 - A(z) - B(z).T_i(z).T_o(z).P_f(z)} \quad (6.49)$$

Este filtro,  $G_o$ , é justamente o necessário para compor o algoritmo IIR adaptativo levando em consideração as transferências  $T_i$ ,  $T_o$ ,  $T_e$  e  $P_f$  apresentado na Figura 6.7. Este fato sugere que o algoritmo proposto por Eriksson funciona, na verdade, não como um filtro RLMS do qual derivou seu algoritmo, e sim como sistema adaptativo apresentado na Figura 6.7.

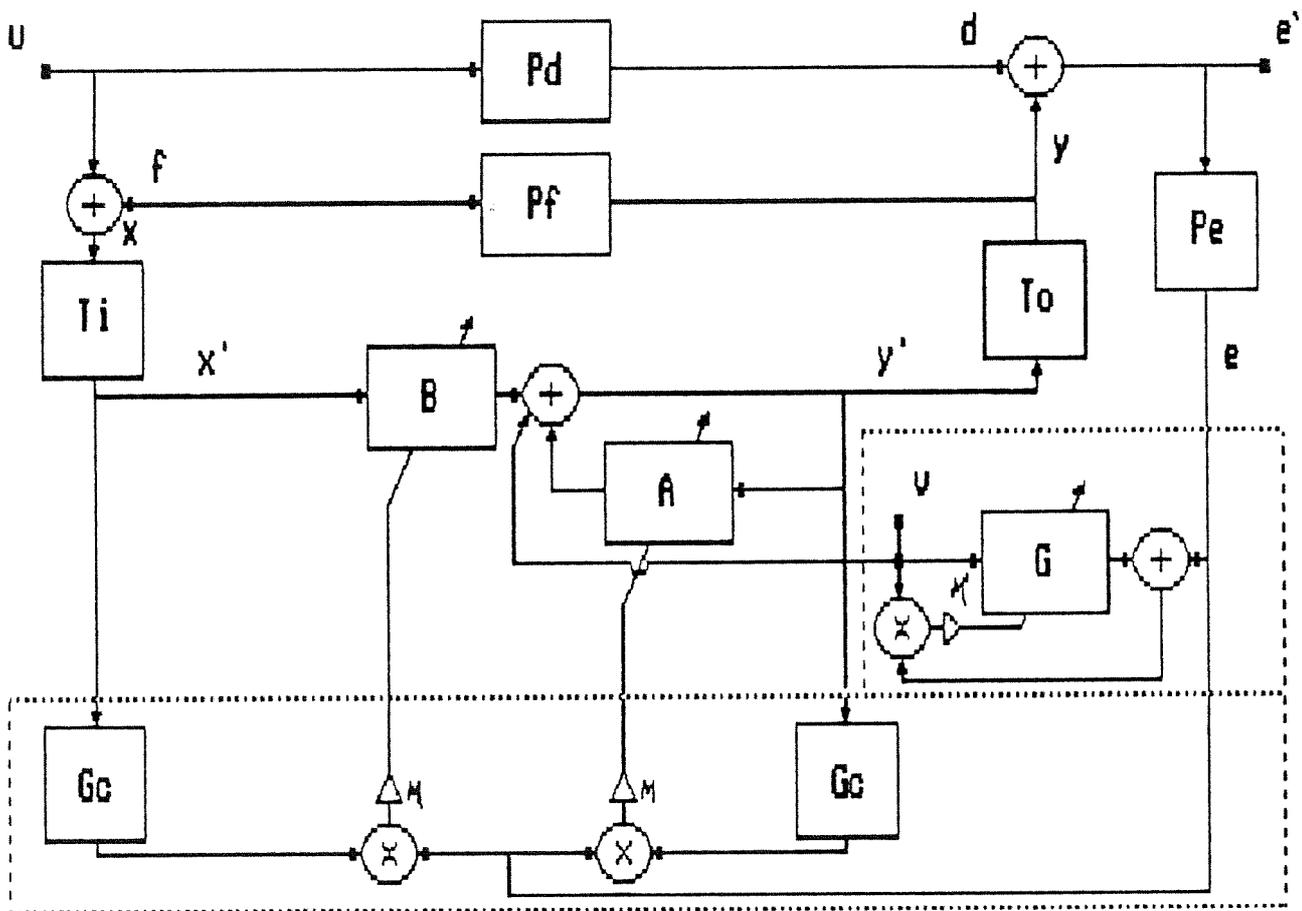


Figura 6.9 Algoritmo "LMS Filtered-U" com modelagem "on-line" dos blocos  $To$  e  $Pe$ .

Pode-se observar que a utilização de controle ativo de ruído por sistemas adaptativos promete bastante. Percebe-se, também, que os sistemas adaptativos usados apresentam estruturas bastante complexas, em relação as quais, não se tem, até hoje, explicações teóricas que justifiquem satisfatoriamente o comportamento de tais algoritmos.

## 7. EXPERIMENTO-1 (COLETA DE DADOS) E IDENTIFICAÇÃO

### 7.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DO DUTO

A Figura 7.1 apresenta o duto utilizado nos experimentos e seus pontos de medidas, d1, d2, d3 e d4 para o posicionamento do detetor e o1, o2 e o3 para o posicionamento do observador. As dimensões relevantes para o controle de ruído em dutos são as dadas nas Tabelas 7.1 e 7.2.

Posição	Distância entre a fonte primária e o detetor (m)	Distância entre a fonte secundária e o detetor. (m)
d1	1.00	4.00
d2	3.00	2.00
d3	3.80	1.20
d4	4.10	0.90

Tabela 7.1 Distâncias relativas ao detetor.

Posição	Distância entre a fonte primária e o observador (m)	Distância entre a fonte secundária e o observador(m)
o1	5.90	0.90
o2	6.70	1.70
o3	6.85	1.85

Tabela 7.2 Distâncias relativas ao observador.

Dimensões internas do duto:

Largura:  $a = 0.36\text{m}$ , Altura:  $b = 0.36\text{m}$ .

Velocidade do som:

$$c_0 = 336 \text{ m/s}$$

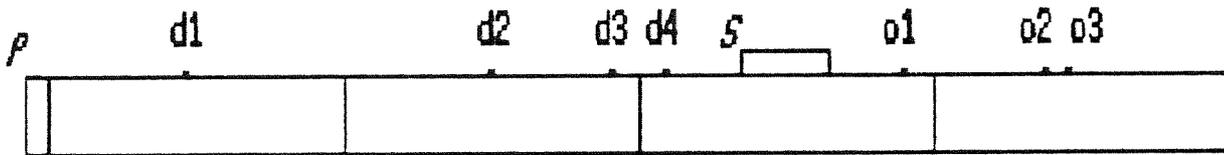


Figura 7.1 Duto e os pontos de coleta de dados.

## 7.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SISTEMA DE CONTROLE

Utilizando-se a expressão (3.3) e os dados apresentados na Seção 7.1 pode-se determinar os seguintes valores:

- .  $\omega_{10} = \omega_{01} = 2932.15 \text{ rad/s}$  ou equivalentemente  $f_{10} = f_{01} = 466.67 \text{ Hz}$  (frequência de corte do primeiro modo transversal).
- .  $\omega_0 = 2638.94 \text{ rad/s}$  ou equivalentemente  $f_0 = 420 \text{ Hz}$ , onde  $\omega_0$ , que é a frequência máxima de operação, definida como  $0.9\omega_c$ .

A partir do valor de  $\omega_0$ , das dimensões do duto e da dimensão do alto-falante da fonte secundária, pode-se, com auxílio da expressão (3.1), investigar a relação entre o nível

de pressão sonora associada à soma dos modos transversais e o nível de pressão associado à onda plana em função da distância entre a fonte secundária e o detetor. A Tabela 7.3 apresenta estes dados. Nela,  $p_p$  e  $p_t$  representam respectiva a pressão associada ao modo (0,0) e à soma dos módulo das pressões associadas aos 8 primeiros modos transversais, (1,0), (0,1), (1,1), (2,0), (0,2), (2,1), (1,2), (2,2).

Da Tabela 7.3 pode-se observar que para distâncias  $l > 1.125m$  tem-se relações inferiores a aproximadamente -40dB. Optou-se para a posição do detetor o ponto D2 e para a posição do observador o ponto O3. Desta forma, a menor distância entre fonte e microfone é 1.85m garantindo que, neste caso, o nível dos sinais associados ao modos transversais permanecem 64db abaixo do sinal associado à onda plana.

Uma vez que o sistema de controle só pode atuar até a frequência de corte do primeiro modo transversal,  $\omega_c$ , como já foi explicado, decidiu-se fixar o limite superior de frequência do sistema de controle em  $\omega_0$  ( $0.9 \omega_c$ ). Deste parâmetro definiu-se a frequência de corte dos filtros "anti-alias" e de reconstrução,  $f_c = 420$  Hz, e a frequência de amostragem do sistema,  $f_s = 2.50$  kHz.

Distância da fonte ao detetor (m)	20.log(p <sub>t</sub> /p <sub>p</sub> ) (dB)
0,125	-0.814
0.250	-9.305
0.375	-14.621
0.500	-19.034
0.625	-23.231
0.750	-27.380
0.875	-31.515
1.000	-35.647
1.125	-39.777
1.250	-43.908
1.375	-48.038
1.500	-52.168
1.625	-56.298
1.750	-60.428
1.875	-64.558
2.000	-68.688
2.125	-72.818
2.250	-76.948
2.375	-81.078
2.500	-85.208

Tabela 7.3 Relação entre o nível de pressão sonora associado à onda plana e o nível de pressão sonora associado aos 8 primeiros modos transversais em função da distância.

Obs: Na Tabela 7.3 os valores foram calculados para  $(x,y) = (a/2+\epsilon, b/2+\epsilon)$  onde  $\epsilon = 0.01m$ , ou seja, para um ponto ligeiramente fora do centro da seção do duto, de forma a não se desprezar a dimensão do microfone e erros no seu posicionamento.

### 7.3 CARACTERÍSTICAS DOS COMPONENTES DO SISTEMA

.Fonte secundária e simulação da fonte primária

•Alto-falante:

- Selenium modelo - 15W86 (com suspensão acústica)
- Diâmetro - 6" , raio -  $r = 0.0767m$
- Potência máxima admitida - 18 W (RMS)
- Impedância -  $8 \Omega$
- Frequência de ressonância - 60 Hz
- Resposta de frequência - 55 Hz a 8 KHz
- Sensibilidade - 91 dB

•Amplificador de potência:

- Receiver Gradiente modelo - model 900 (sistema comercial)
- Potência máxima - 30 Watts RMS
- Relação sinal/ruído - 80dB
- Resposta de frequência ( $\pm 2$  dB) - 20 Hz a 20 kHz

.Microfone detetor e observador

.Microfones implementados com cápsula de eletreto com pré-amplificador a FET imbutido

- cápsula - Archer (Radio Shack)
- Sensibilidade -  $-65dB \pm 4dB$  (referência  $1V/\mu bar$  em 1KHz).
- Impedância de saída -  $1K\Omega$
- Resposta de frequência - vide gráfico, Figura 7.2

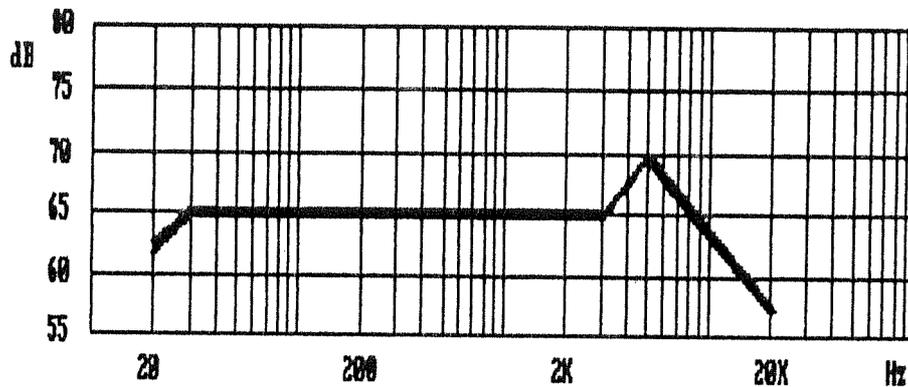


Figura 7.2 Resposta de frequência da cápsula de eletreto usada usada na implementação dos microfones detetor e observador.

#### .Controlador

##### .Pré-amplificador e filtro "anti-alias":

- Circuito implementado com as seguintes características:
- Etapa pré-amplificadora com ganho ajustável de 0 a 40dB.
- Filtro de Butterworth, passa-baixa, de ordem 6.
- Frequencia de corte - 420Hz.
- Relação sinal/ruído - melhor que 60dB.

##### .Placa processadora:

- Placa de desenvolvimento DSP-16 da Ariel com o processador TMS320C25 da TEXAS.
- Conversores A/D e D/A com resolução de 16 bits na faixa de -10V a 10V.

##### .Pré-amplificador e filtro de reconstrução:

- Circuito implementado com as seguintes características:
- Etapa pré-amplificadora com ganho ajustável de 0 a 40dB.
- Filtro de Butterworth, passa-baixa, de ordem 6.
- Frequencia de corte - 420Hz.
- Relação sinal/ruído - melhor que 60dB.

.Circuitos auxiliares

.Pré-amplificador para o microfone observador:

- Circuito implementado com as seguintes características:
- Etapa pré-amplificadora com ganho ajustável de 0 a 40dB.
- Relação sinal/ruído - melhor que 60dB.

7.4 PROGRAMAS

Para a placa DSP-16, implementaram-se quatro programas (assembly TMS / FORTRAN):

\*Programa 1

Testa a linearidade do sistema (pré+filtro - amplificador de potência - alto-falante - transferência acústica - microfone - pré+filtro).

Este programa verifica inicialmente, via entrada analógica da placa, o nível do ruído de fundo. Depois envia, repetidamente, através da saída analógica da placa, um sinal,  $K_i \cdot x(n)$ , cujas amostras estão armazenadas em disco e armazena o sinal recebido da entrada analógica,  $y_i(n)$ . A cada repetição  $i$ , o nível do sinal enviado é incrementado variando-se,  $K_i$ , partindo de um nível suficientemente baixo ( $K_i = K_0$ ), onde supõe-se que o sistema se comporte de forma linear. Compara-se, então, a saída do sistema para  $K_i = K_0$  com as saídas fornecidas para  $K_i$ ,  $i \neq 0$ . A diferença  $\Delta(n) = y_i(n) \cdot (K_0/K_i) - y_0(n)$  é devida a não linearidades do sistema e ao ruído de fundo. Através da comparação entre o nível do ruído de fundo,

inicialmente medido, e o nível de  $\Delta(n)$  determina-se um valor máximo para K.

•Programa 2

Efetua o envio das amostras de um sinal  $K.x(n)$ , armazenado em disco, colhendo as amostras de  $y(n)$  recebidas na entrada analógica. Este procedimento é repetido NREP vezes, e ao final, armazena no disco o sinal  $\bar{y}(n)$ , que é a média das realizações de  $y(n)$ . Desta forma, consegue-se um acréscimo na relação sinal-ruído das medidas. Estima-se, também, a variância entre as realizações de  $y(n)$ .

•Programa 3

Implementa um filtro digital FIR usado para efetuar o controle do ruído.

•Programa 4

Implementa um filtro digital IIR usado para efetuar o controle do ruído.

Para, a partir dos dados, efetuar-se o procedimento de identificação implementou-se, basicamente, 4 programas para PC:

•Programa 5

Efetua a identificação usando o algoritmo "Least Square".

• Programa 6

Efetua a identificação usando o algoritmo "Recursive Pseudolinear Regression"

•Programa 7

Apartir de um arquivo de coeficientes de uma função de transferência, calcula os polos, inverte função transferência e reflete os polos instáveis para o interior do círculo unitário.

.Programa 8

Efetua a identificação usando o algoritmo proposto no Capítulo 5.

## 7.5 PROCEDIMENTOS DE MEDIDA

Utilizando-se os programas anteriormente descritos e os equipamentos na disposição apresentada na Figura 7.3, colheram-se os dados necessários à etapa de identificação. Um resumo dos dados obtidos é apresentado na Tabela 7.4. Nela indica-se o sinal de entrada do experimento, a transferência, o sinal de saída colhido e a relação sinal/ruído na medida.  $\delta(n)$  representa o impulso unitário e  $r(n)$  é um ruído branco com média zero.

Cada experimento foi repetido automaticamente 10 vezes, mantendo-se um intervalo de aproximadamente 9s entre cada repetição, de forma que uma repetição não interferisse na outra. Ao final das 10 repetições tomava-se a média das saídas e estimava-se a relação sinal/ruído. Anteriormente a cada experimento, utilizando-se o programa para teste de linearidade, verificava-se o limite superior da amplitude do sinal de excitação de forma a operar dentro da faixa linear. A partir do

conhecimento deste limite podia-se, então, explorar melhor a faixa dinâmica disponível.

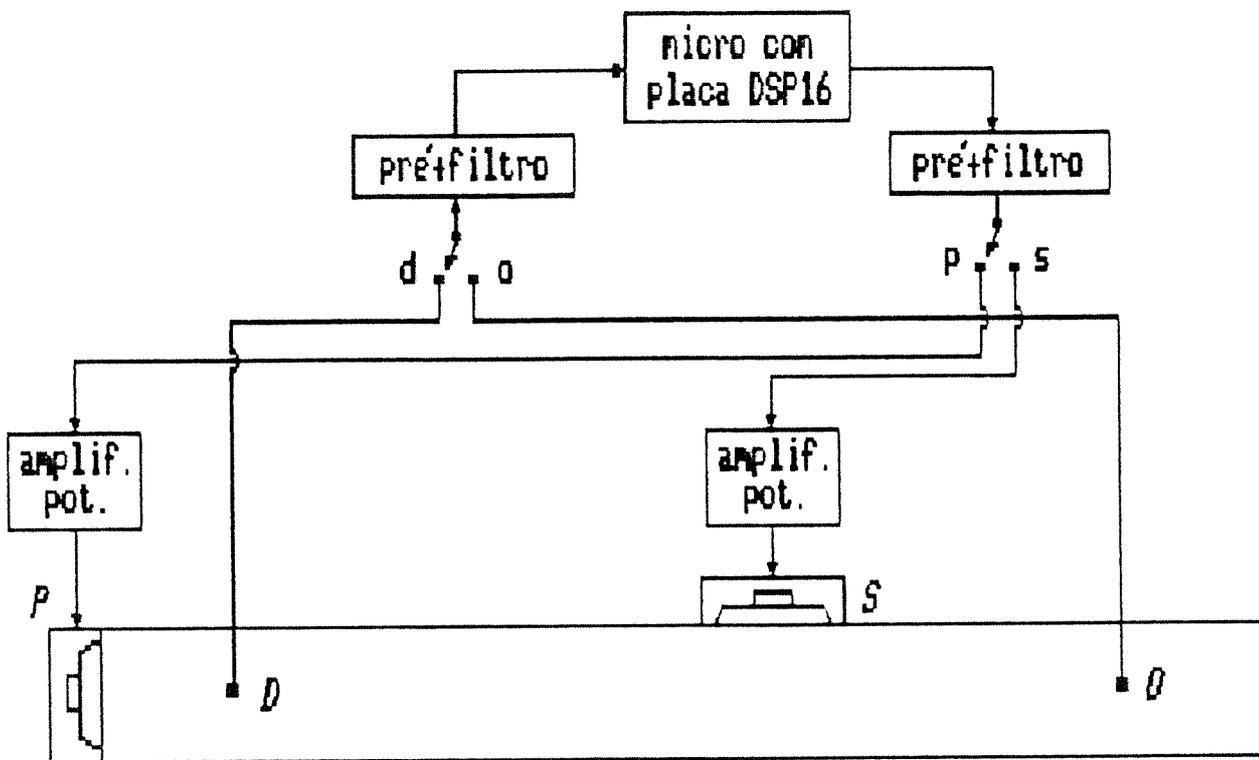


Figura 7.3 Disposição dos blocos para a realização das medidas.

Entrada	Transferência	Saída	RSR (db)
$r(n)$	Tpo	$s_1(n)$	39.0
$r(n)$	Tpo	$s_2(n)$	41.7
$r(n)$	Tpd	$s_3(n)$	39.0
$s_1(n)$	Tpd	$s_4(n)$	39.5
$s_2(n)$	Tsd	$s_5(n)$	44.0
$s_3(n)$	Tso	$s_6(n)$	43.9
$s_4(n)$	Tso	$s_7(n)$	44.2
$\delta(n)$	Tpo	$tpo(n)$	32.2
$\delta(n)$	Tpd	$tpd(n)$	30.7
$\delta(n)$	Tso	$tso(n)$	34.4
$\delta(n)$	Tsd	$tsd(n)$	32.4
Operação: $s_5(n) - s_6(n)$		$s_8(n)$	

Tabela 7.4 Resumo das medidas efetuadas.

As Figuras 7.4 a 7.11 apresentam as respostas impulsionais e as funções de transferência (módulo) dos blocos Tpo, Tpd, Tso e Tsd.

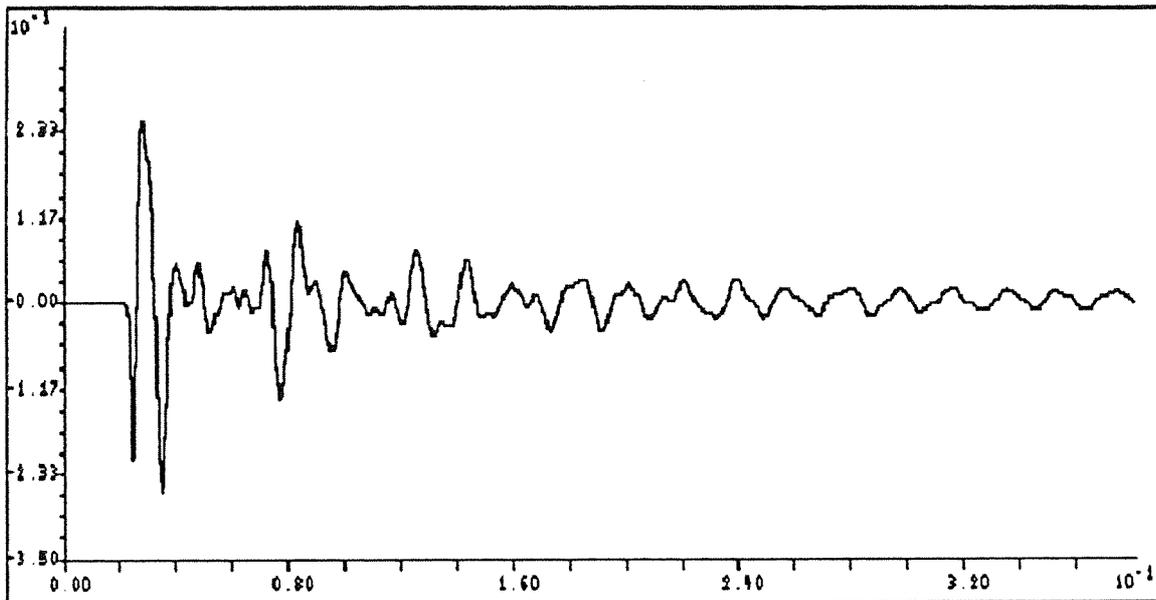


Figura 7.4 Resposta impulsional de Tpo. Tempo em segundos.

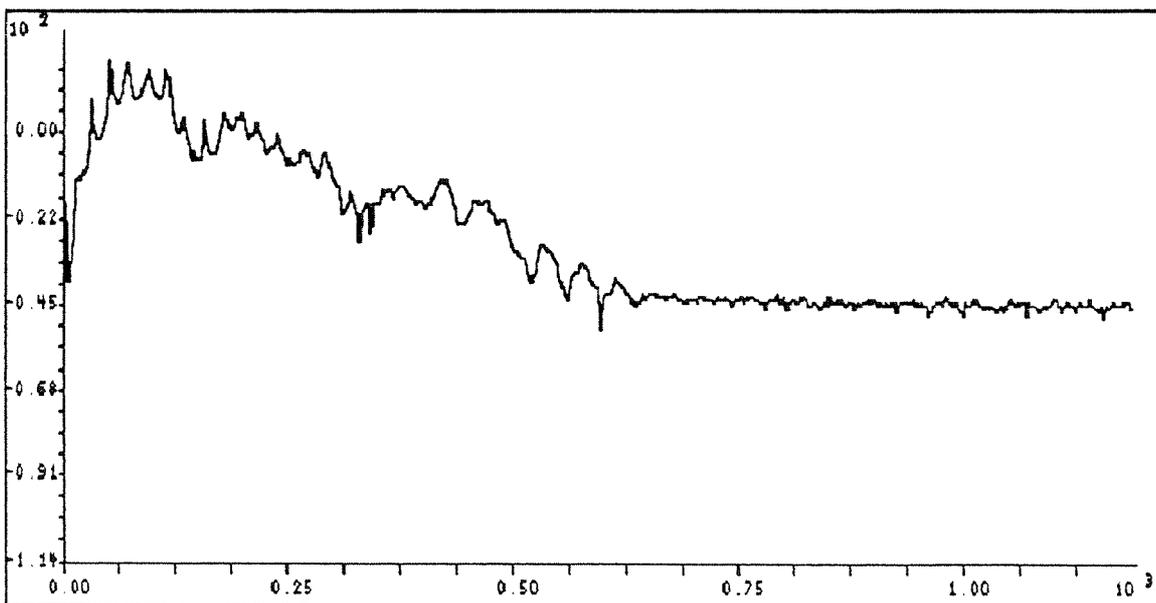


Figura 7.5 Modulo de Tpo(f). (dB x Hz).

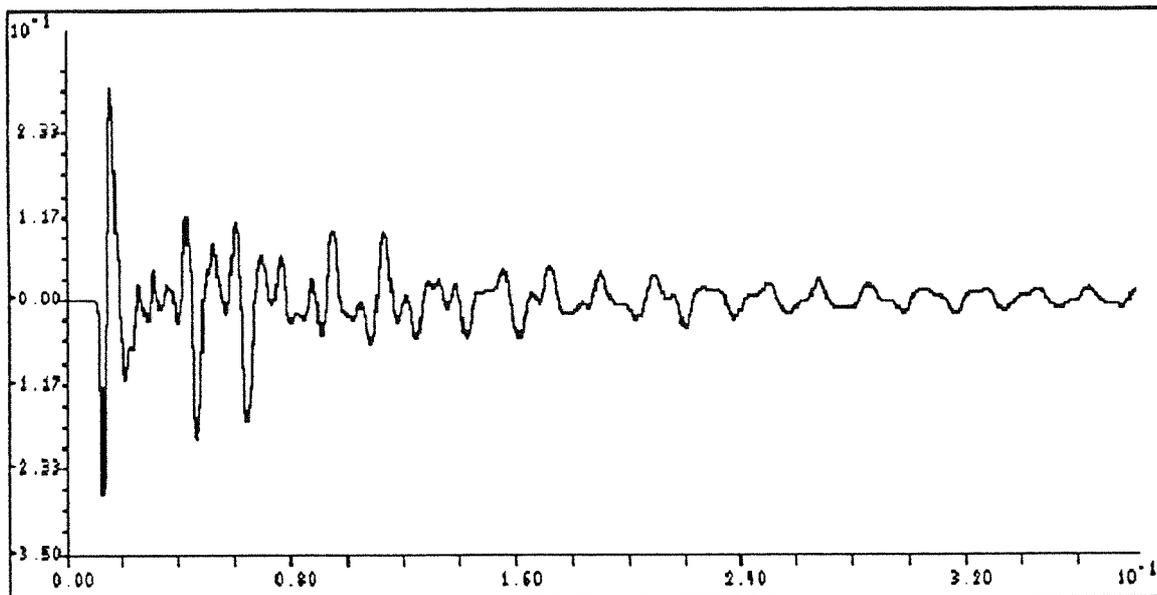


Figura 7.6 Resposta impulsional de  $T_{pd}$ . Tempo em segundos.

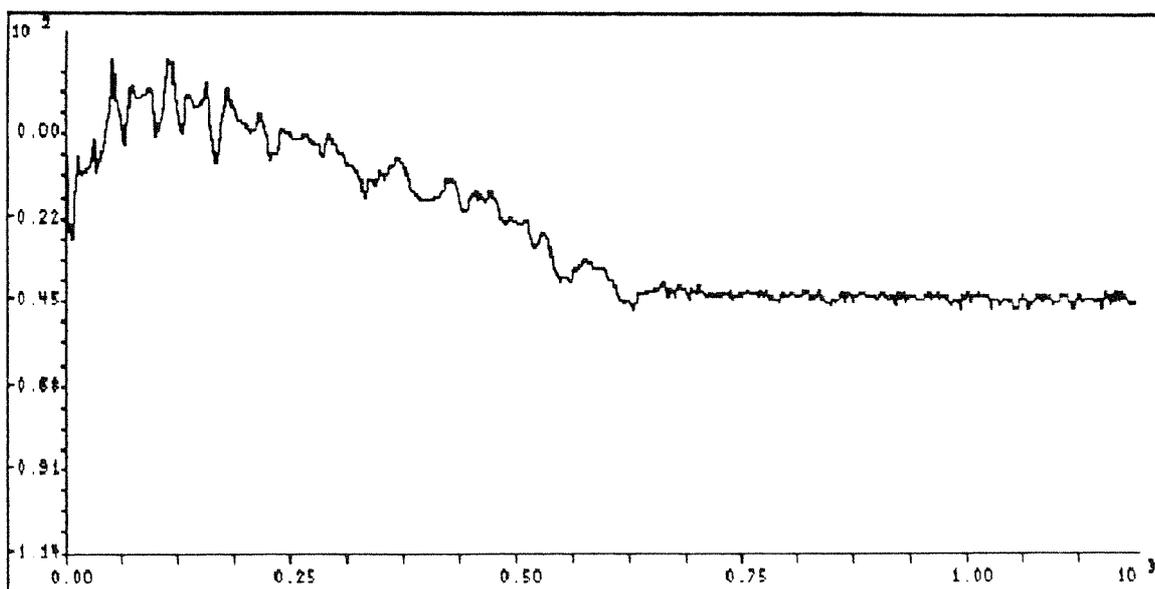


Figura 7.7 Modulo de  $T_{pd}(f)$ . (dB x Hz).

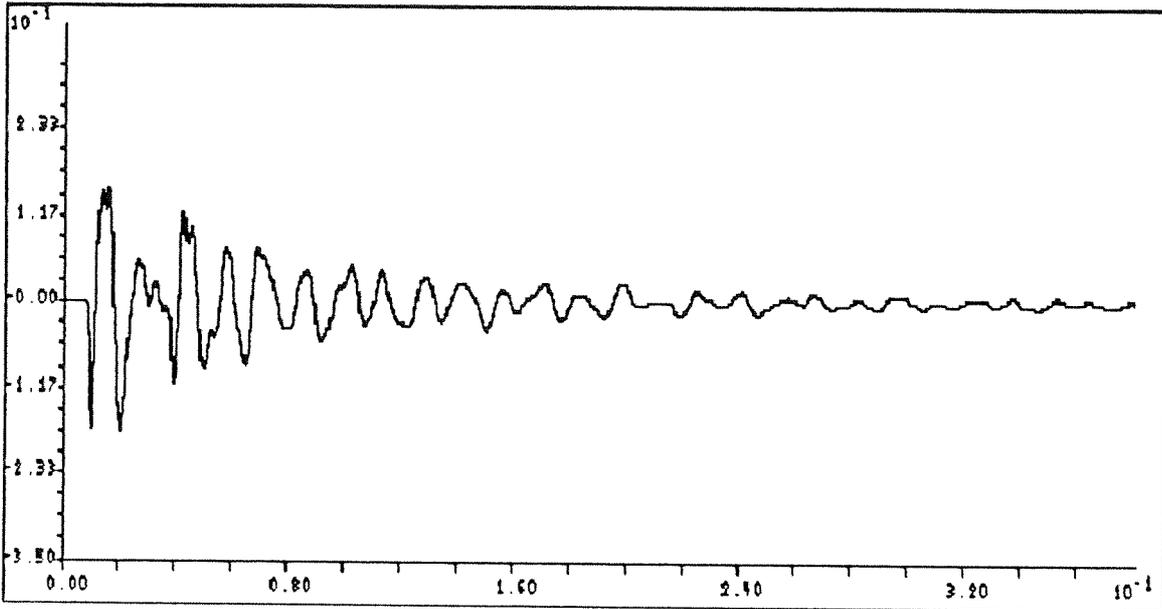


Figura 7.8 Resposta impulsional de Tso. Tempo em segundos.

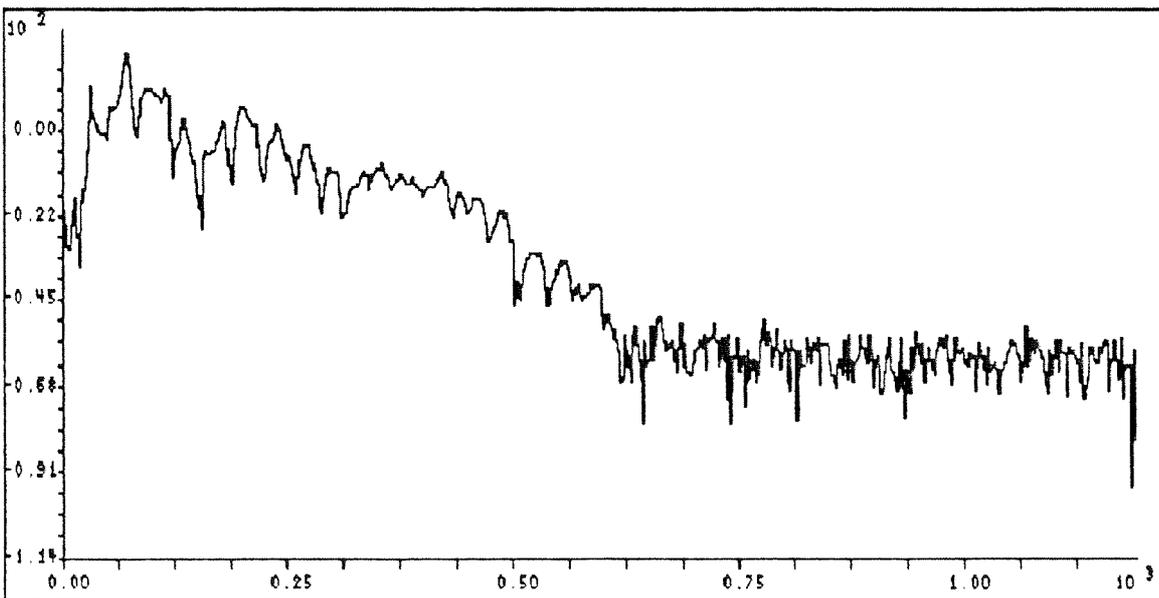


Figura 7.9 Modulo de Tso(f). (dB x Hz).

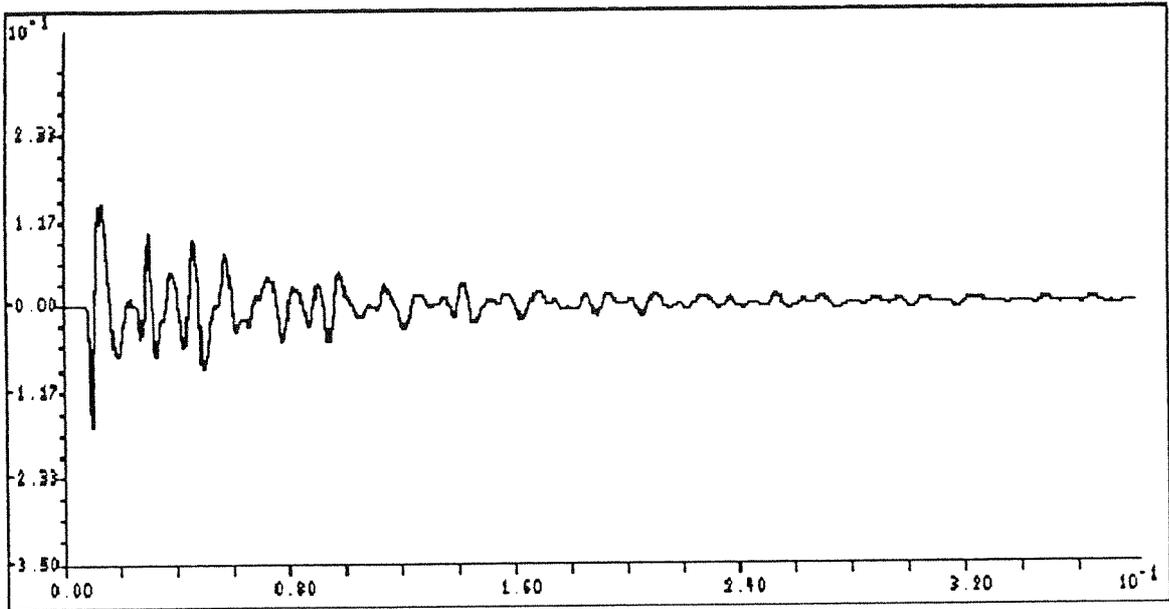


Figura 7.10 Resposta impulsional de  $T_{sd}$ . Tempo em segundos.

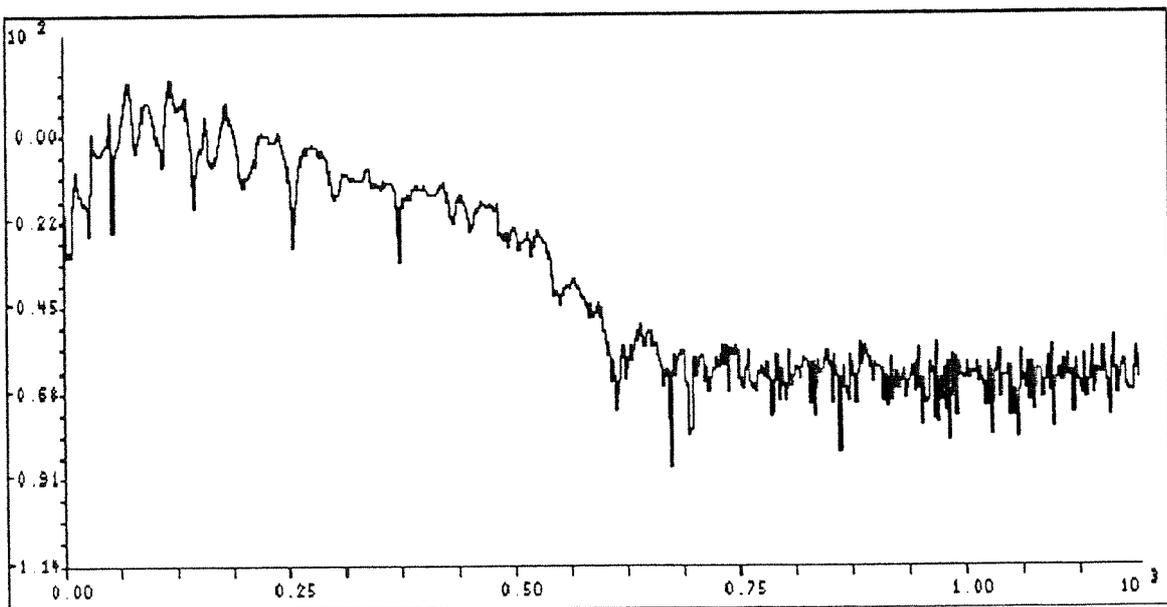


Figura 7.11 Modulo de  $T_{sd}(f)$ . (dB x Hz).

Para avaliar a qualidade das medidas compararam-se os sinais obtidos através da filtragem pelos sistemas físicos com os sinais obtidos pela convolução com as respostas impulsionais dos mesmos sistemas e observou-se a energia do erro normalizado entre estes sinais. Para todas as transferências obteve-se um erro de aproximadamente -30 dB, compatível, portanto, com a relação sinal ruído nas medidas das respostas impulsionais.

## 7.6 IDENTIFICAÇÃO

Utilizando-se os dados obtidos na primeira etapa do experimento, indicados na Tabela 7.4, e dos procedimentos de identificação paramétrica descritos no Capítulo 5, realizou-se uma série de identificações nas quais variava-se o algoritmo de identificação, a ponderação imposta, o modelo utilizado e a ordem do modelo.

As identificações realizadas com a aplicação de ponderação foram executadas de forma ligeiramente diferente da descrita no Capítulo 5: o experimento de medida foi realizado utilizando-se como sinal inicial de excitação um ruído branco  $r(n)$ , e, portanto, sem a aplicação de nenhuma ponderação. A ponderação só foi aplicada após a coleta de dados, antes do processo de identificação propriamente dito, fazendo-se passar os sinais de entrada e de saída, utilizados no processo de identificação, pelos filtros de ponderação, descritos no Capítulo 5.

A Figura 7.12 apresenta um esquema do conjunto de dados e

parâmetros empregados nas identificações.

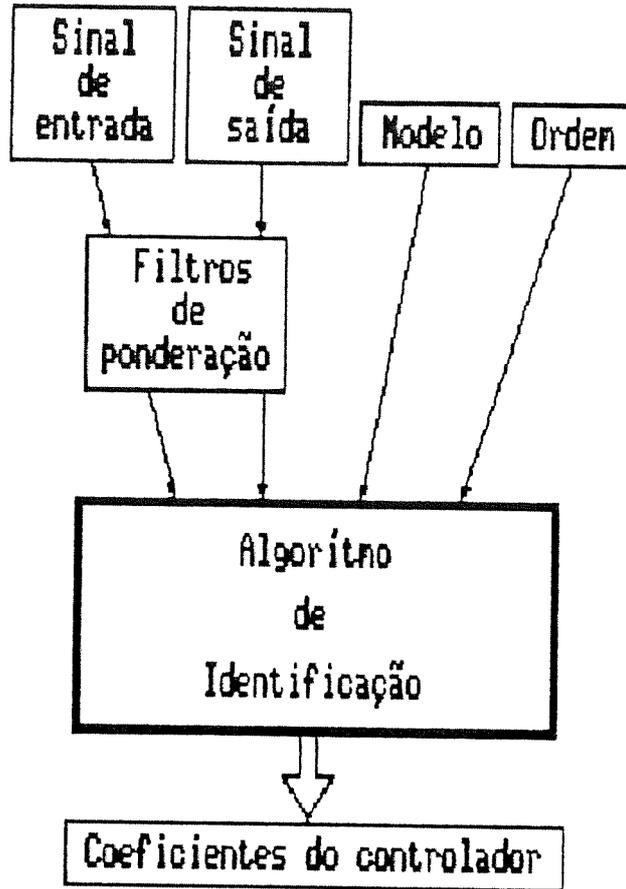


Figura 7.12 Esquema geral do processo de identificação.

### 7.6.1 IDENTIFICAÇÃO SEM PONDERAÇÃO

A Tabela 7.5 apresenta um resumo das identificações realizadas sem a aplicação de ponderação:

Alg. Ident.	Sinal de entrada	Sinal de saída	Filtros Pond.	Modelo	Ordem	Controlador obtido
LS	$s_e(n)$	$s_i(n)$	-nenhum-	FIR	175	CF <sub>1</sub>
LS	$s_e(n)$	$s_i(n)$	-nenhum-	IIR (ARX)	50	CF <sub>2</sub>
LS	$s_e(n)$	$s_i(n)$	-nenhum-	IIR (ARX)	85	CF <sub>3</sub>

Tabela 7.5 Identificação sem ponderação.

### 7.6.2 IDENTIFICAÇÃO COM PONDERAÇÃO

Anteriormente ao processo de identificação necessitou-se determinar os três filtros de ponderação,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  descritos no Capítulo 5. O processo de obtenção destes filtros é resumido à seguir:

#### . Filtro $F_1$

Alg. Ident.	Sinal de entrada	Sinal de saída	Modelo	Ordem	Filtro obtido
LS	$s_e(n)$	$s_7(n)$	IIR (ARX)	50	$F_1'$

Tabela 7.6 Identificação para determinação do filtro  $F_1$ .

De acordo com o procedimento descrito no Capítulo 5, inverteu-se o filtro  $F_1'$ . Sendo o filtro resultante instável refletiram-se os polos instáveis para o interior do círculo unitário e, assim, obteve-se o filtro  $F_1$ .

. Filtro F<sub>2</sub>

Para o filtro F<sub>2</sub> usou-se um filtro Butterworth, passa-baixa com ordem 12.

. Filtro F<sub>3</sub>

Para obter o filtro F<sub>3</sub> usou-se o resultado da identificação sem ponderação. Tomou-se o controlador CF<sub>1</sub>, e fez-se F<sub>3</sub>' = 1/den(CF<sub>1</sub>). Sendo F<sub>3</sub>' instável refletiram-se também os polos para o interior do círculo unitário, obtendo-se, assim, o filtro F<sub>3</sub>.

De posse dos três filtros realizaram-se as seguintes identificações:

Alg. Ident.	Sinal de entrada	Sinal de saída	Filtros Pond.	Modelo	Ordem	Controlador obtido
LS	s <sub>8</sub> (n)	s <sub>1</sub> (n)	F <sub>1</sub> F <sub>2</sub>	FIR	175	CP <sub>1</sub>
RPLR	s <sub>8</sub> (n)	s <sub>1</sub> (n)	F <sub>1</sub> F <sub>2</sub>	IIR (OEM)	50	CP <sub>2</sub>
LS	s <sub>8</sub> (n)	s <sub>1</sub> (n)	F <sub>1</sub> F <sub>2</sub> F <sub>3</sub>	IIR (ARX)	50	CP <sub>3</sub>

Tabela 7.7 Identificação com ponderação.

7.6.3 IDENTIFICAÇÃO COM MÉTODO PROPOSTO (SEM PONDERAÇÃO)

A Tabela 7.8 apresenta um resumo da aplicação do método proposto para identificação do controlador.

Alg. Ident	Sinal de entrada	Sinal de saída	Filtros Pond.	Modelo	Ordem	Controlador obtido
Proposto	$s_0(n)$	$-s_2(n)$	-nenhum-	FIR	85	CX <sub>1</sub>
Proposto	$s_0(n)$	$-s_2(n)$	-nenhum-	IIR	50	CX <sub>2</sub>
Proposto	$s_0(n)$	$-s_2(n)$	-nenhum-	IIR	85	CX <sub>3</sub>

Tabela 7.8 Nova identificação sem ponderação.

#### 7.6.4 IDENTIFICAÇÃO COM MÉTODO PROPOSTO (COM PONDERAÇÃO)

No método proposto, necessita-se, para a aplicação da ponderação, somente de um filtro passa-baixas,  $F_2$ .

A Tabela 7.9 resume a identificação com o método proposto, com o uso de ponderação.

Alg. Ident	Sinal de entrada	Sinal de saída	Filtros Pond.	Modelo	Ordem	Controlador obtido
Proposto	$s_0(n)$	$-s_2(n)$	$F_2$	FIR	85	CXP <sub>1</sub>
Proposto	$s_0(n)$	$-s_2(n)$	$F_2$	IIR	50	CXP <sub>2</sub>
Proposto	$s_0(n)$	$-s_2(n)$	$F_2$	IIR	85	CXP <sub>3</sub>

Tabela 7.9 Nova identificação com ponderação.

## 8. AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONTROLADORES E CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentam-se as características dos controladores obtidos e avalia-se o desempenho destes controladores, primeiramente, através de simulação e, posteriormente, através do resultado experimental do controle efetuado em tempo real.

Os controladores obtidos foram denominados da seguinte maneira:

$CF_n$  - Controladores obtidos pelo método de Ross sem a aplicação de ponderação.

$CP_n$  - Controladores obtidos pelo método de Ross com aplicação de ponderação.

$CX_n$  - Controladores obtidos pelo método proposto sem a aplicação de ponderação.

$CXP_n$  - Controladores obtidos pelo método proposto com aplicação de ponderação.

### 8.1 CARACTERÍSTICAS DOS CONTROLADORES OBTIDOS

Antes de apresentar as características dos controladores obtidos, é interessante, em termos de comparação, apresentar a característica de módulo e fase do controlador ideal  $C_0$  da expressão (4.32). Considerando nessa expressão

$$L_{so} = M_d = \frac{2.Z_s}{Z_o} = 1$$

$$\alpha = M = 0$$

$$k = \frac{\omega}{c_o}, \text{ onde } c_o = 345,9 \text{ m/s}$$

$$l_z = 2.0 \text{ m}$$

obtem-se um controlador ideal simplificado com característica de módulo e fase apresentadas na Figuras 8.1 e 8.2.

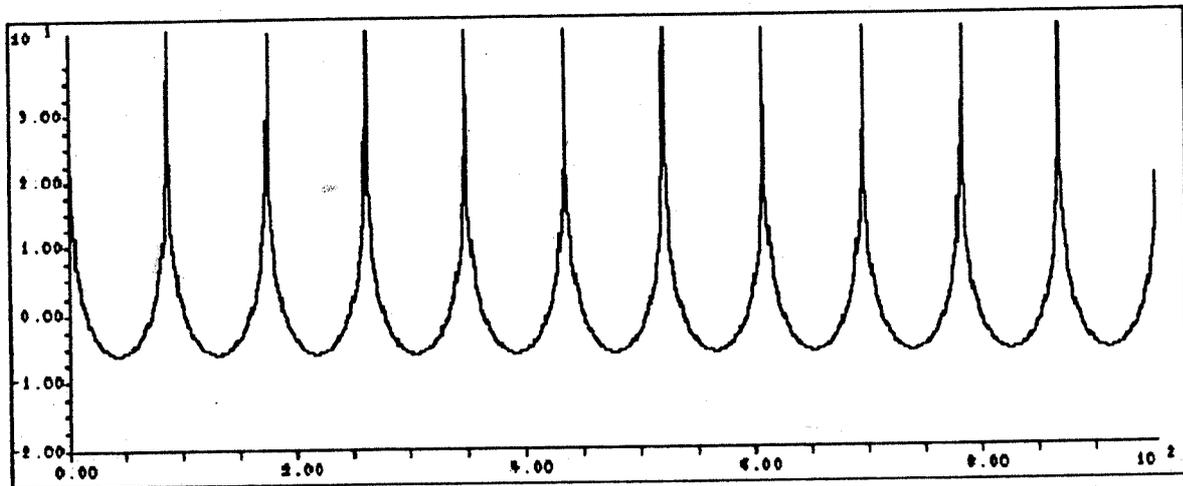


Figura 8.1 Módulo do controlador ideal (dB x Hz).

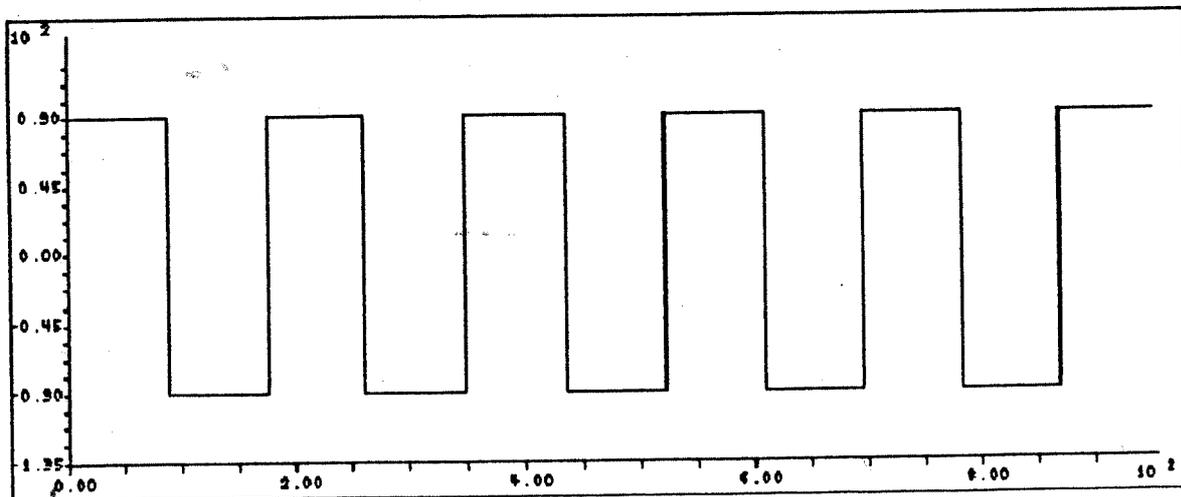


Figura 8.2 Fase do controlador ideal (Graus x Hz).

As Figuras 8.3 à 8.8 e 8.11 à 8.28 apresentam as características de módulo e fase dos controladores obtidos. As Figuras 8.9 e 8.10 apresentam as características de módulo dos filtros de ponderação utilizados na etapa de identificação.

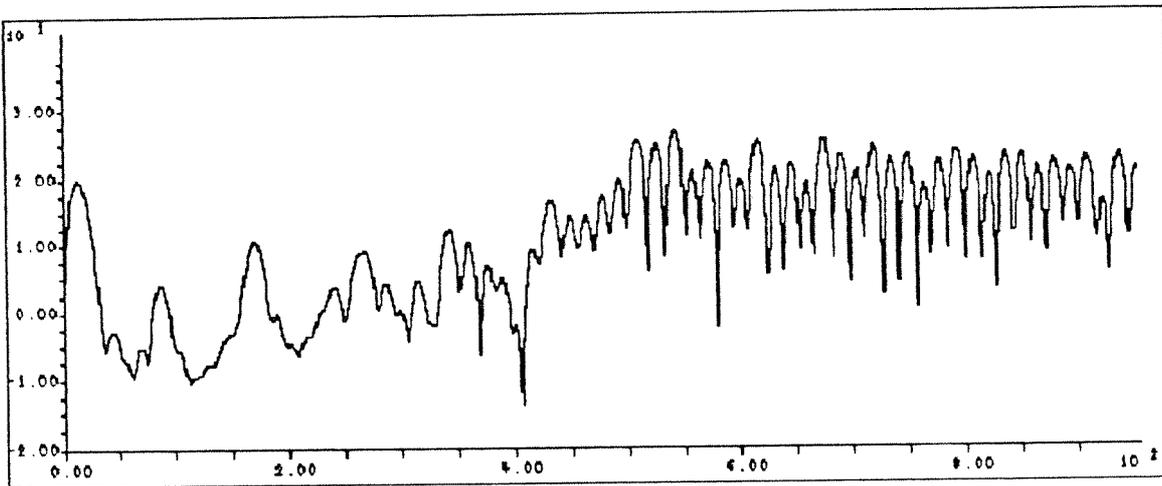


Figura 8.3 Módulo do controlador CF1 (dB x Hz).

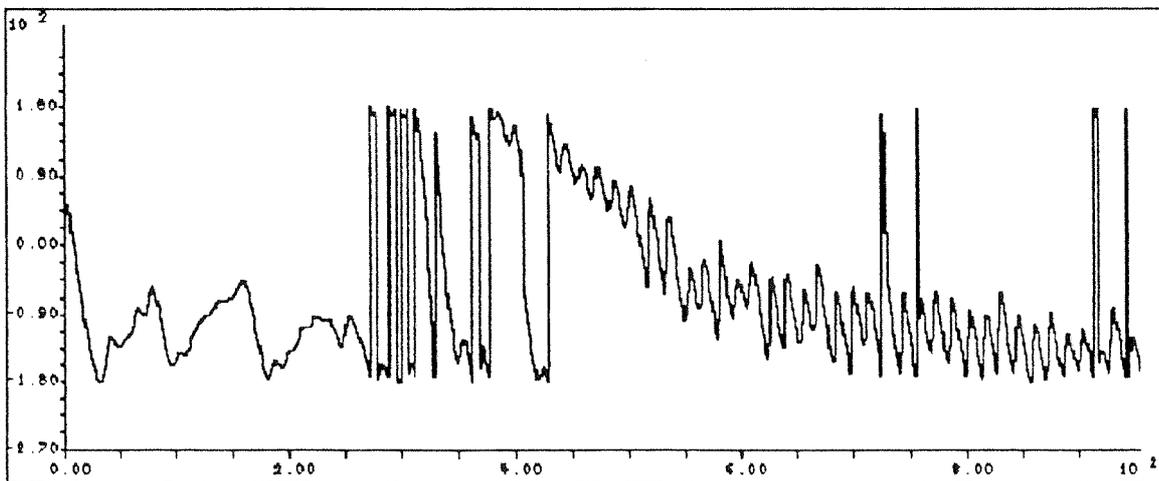


Figura 8.4 Fase do controlador CF1 (Graus x Hz).

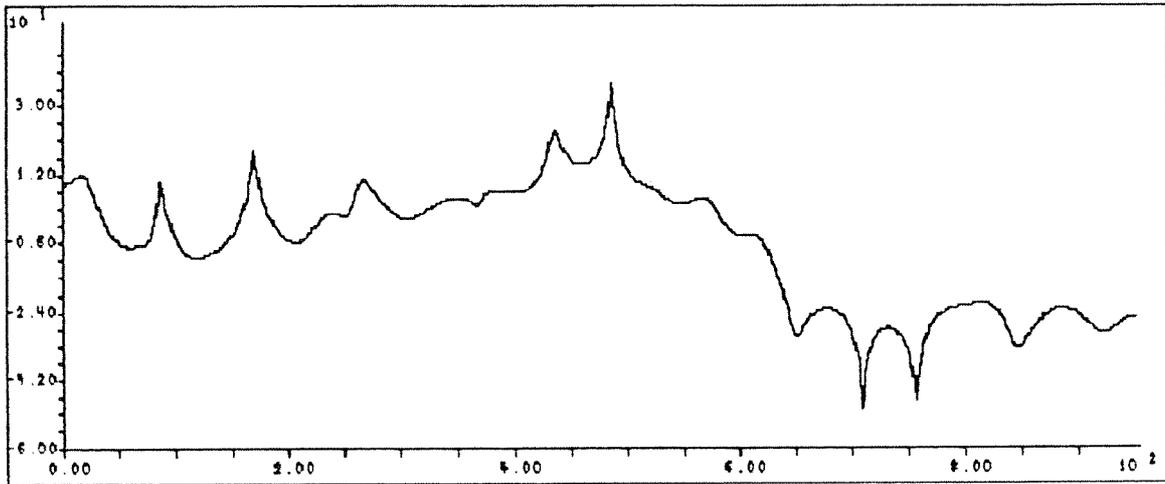


Figura 8.5 Módulo do controlador CF2 (dB x Hz).

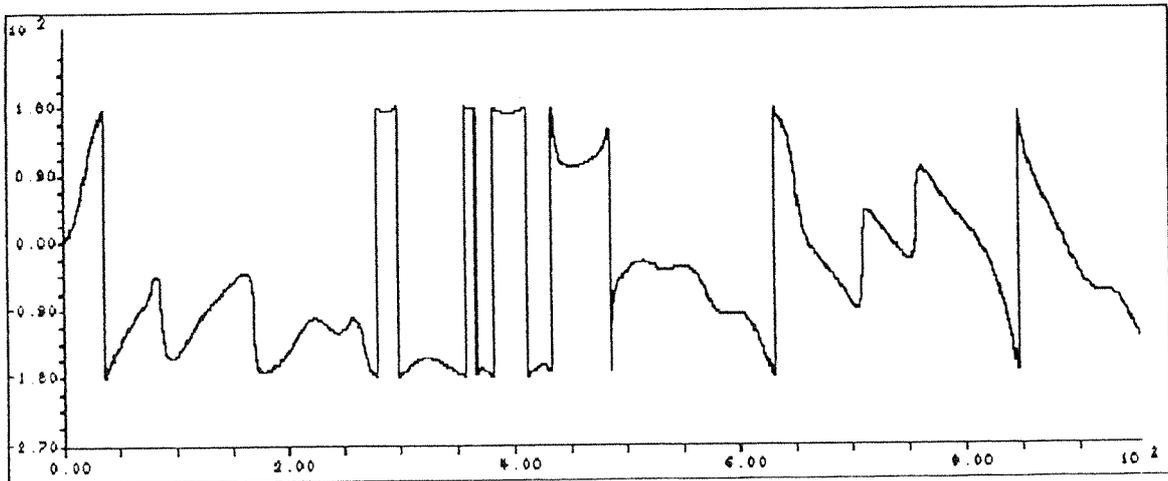


Figura 8.6 Fase do controlador CF2 (Graus x Hz).

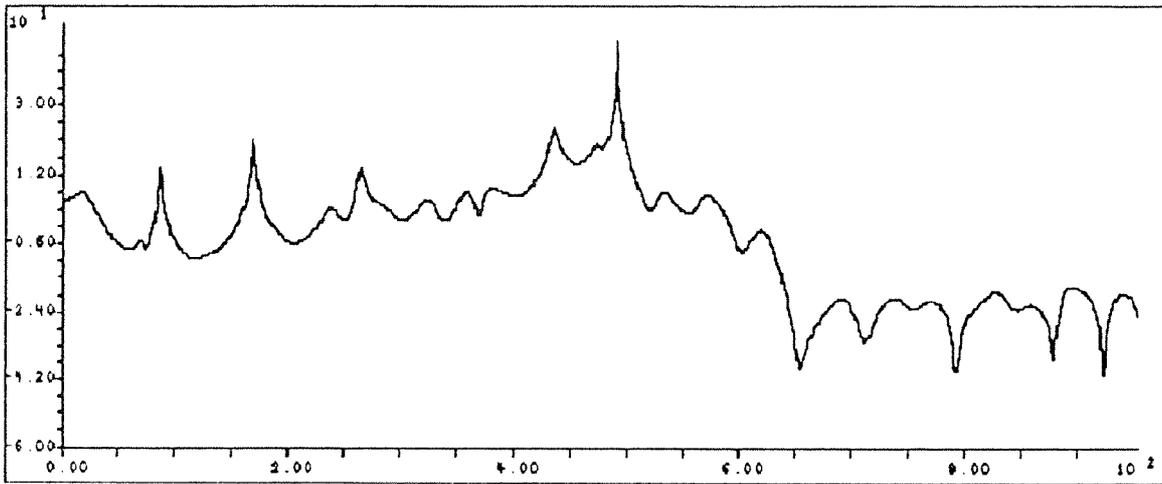


Figura 8.7 Módulo do controlador CF3 (dB x Hz).

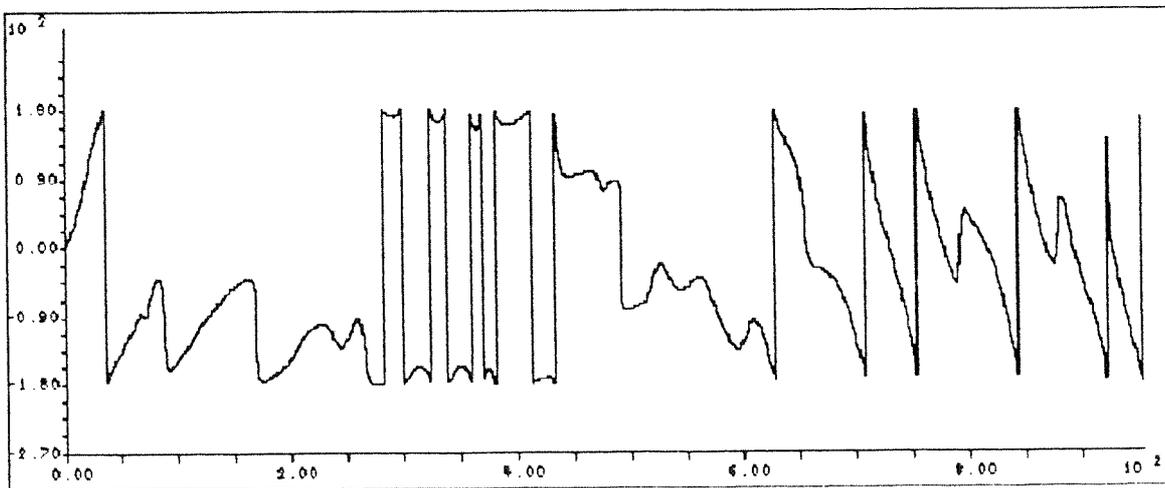


Figura 8.8 Fase do controlador CF3 (Graus x Hz).

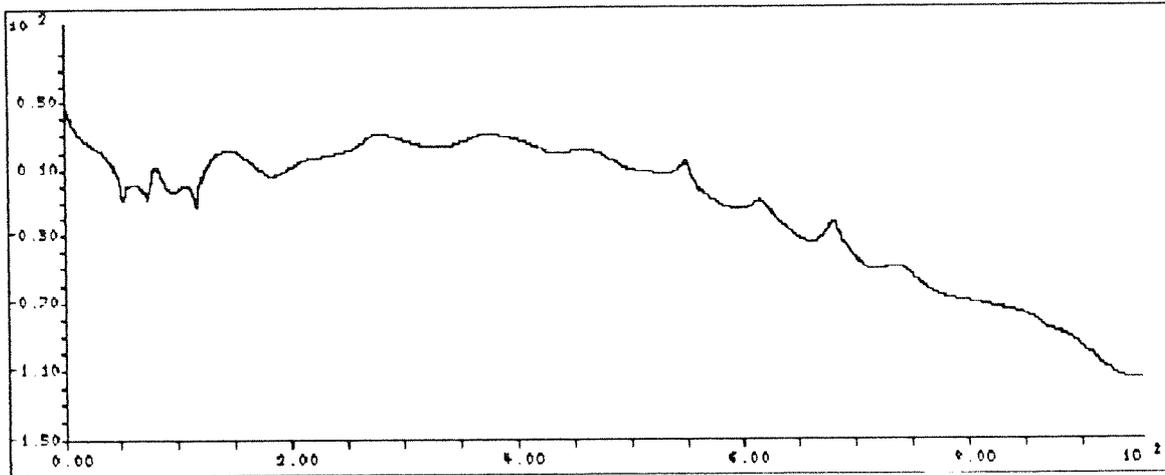


Figura 8.9 Módulo do conjunto de filtros de ponderação F1. F2 (dB x Hz).

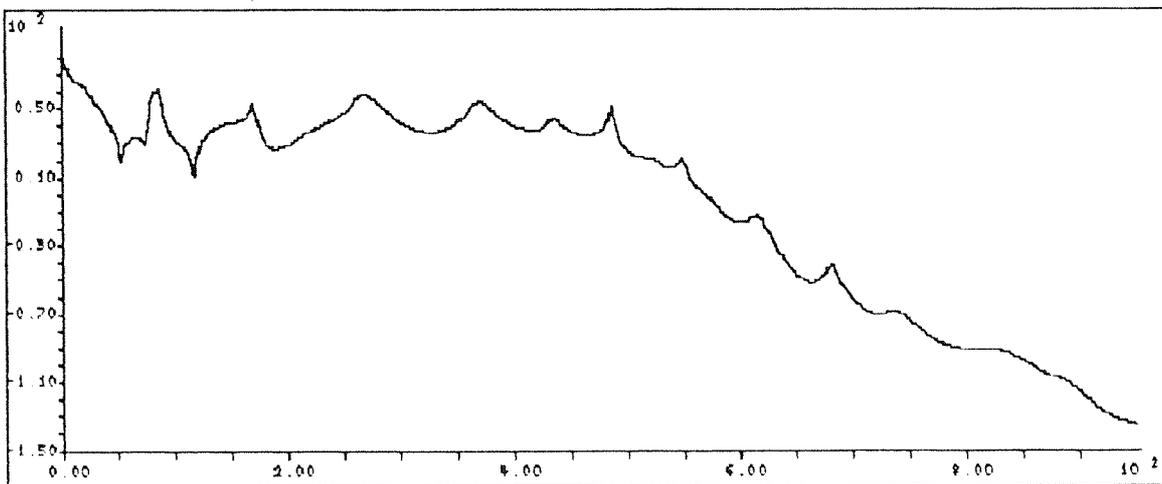


Figura 8.10 Módulo do conjunto de filtros de ponderação F1. F2. F3 (dB x Hz).

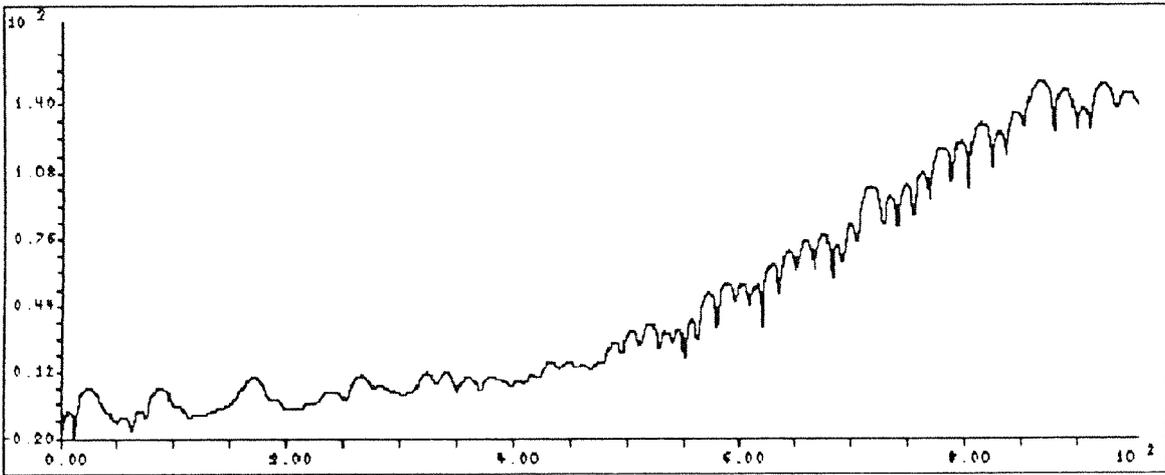


Figura 8.11 Módulo do controlador CP1 (dB x Hz).

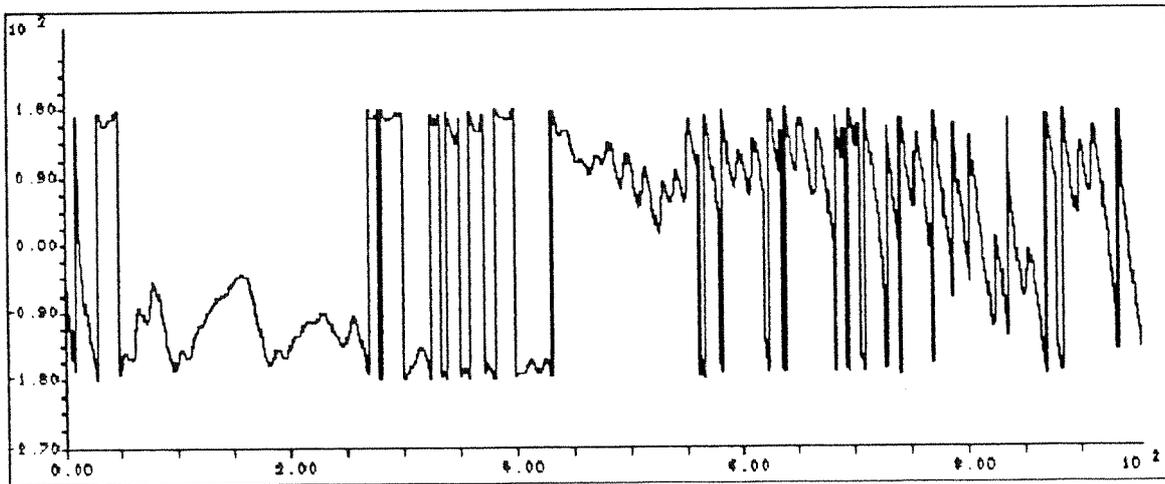


Figura 8.12 Fase do controlador CP1 (Graus x Hz).

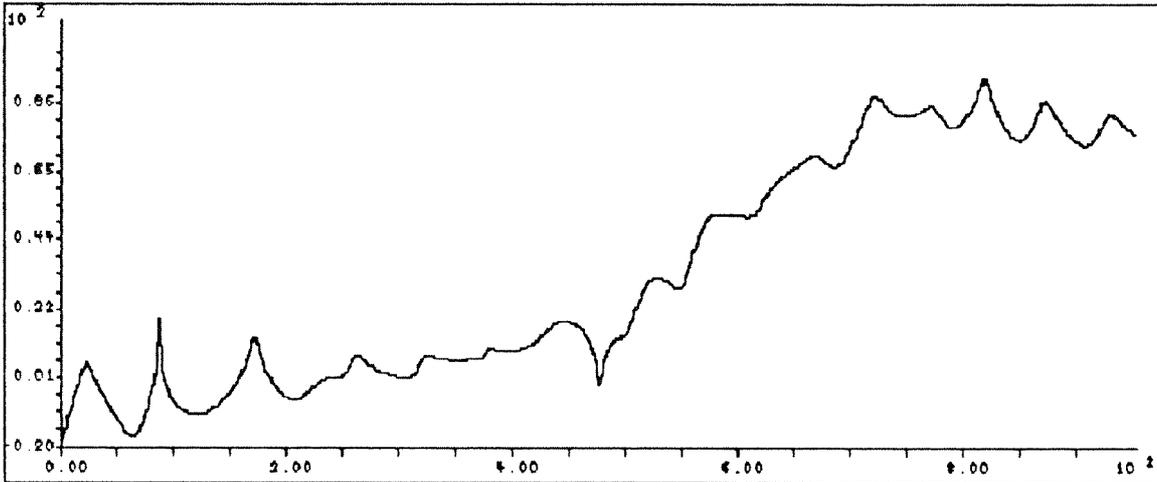


Figura 8.13 Módulo do controlador CP2 (dB x Hz).

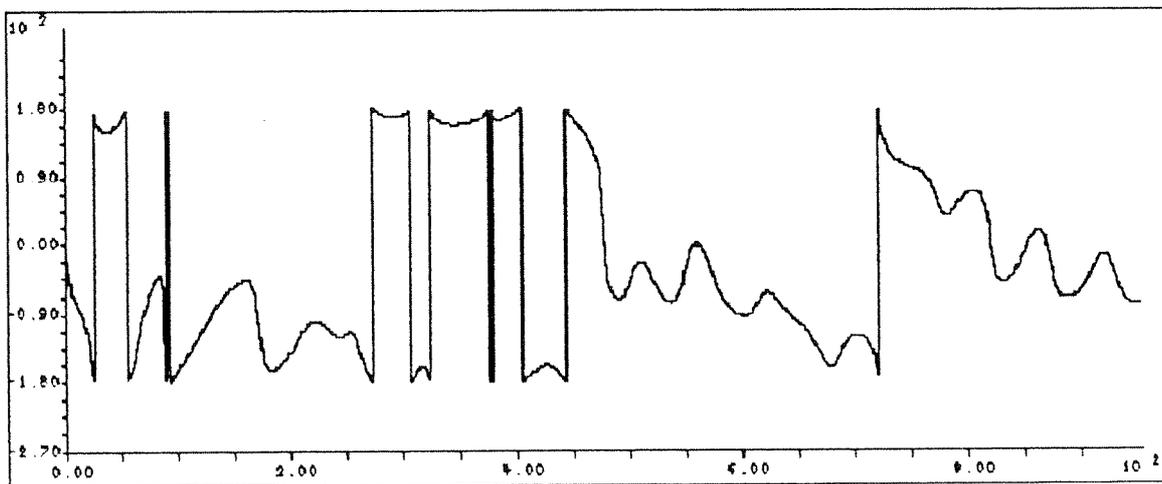


Figura 8.14 Fase do controlador CP2 (Graus x Hz).

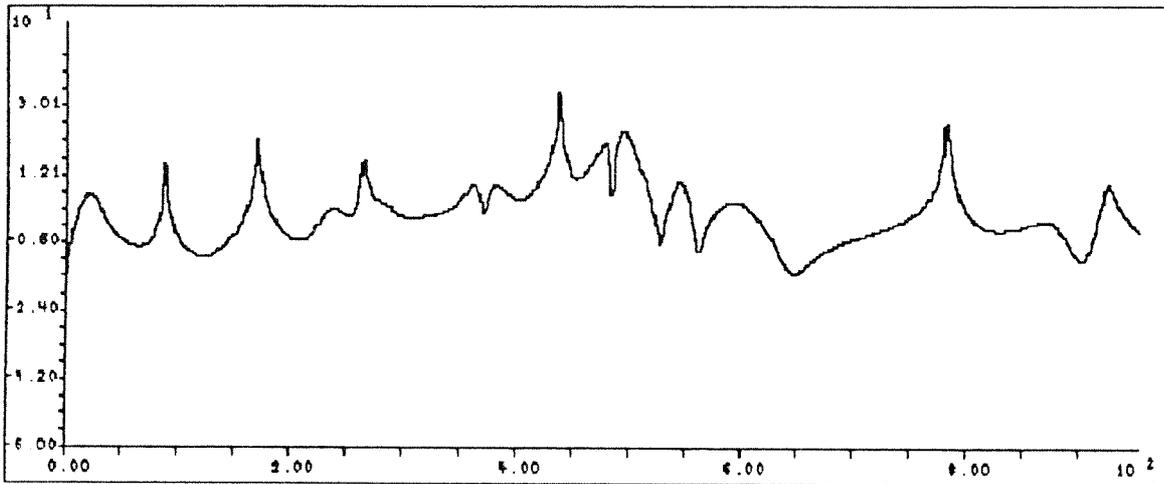


Figura 8.15 Módulo do controlador CP3 (dB x Hz).

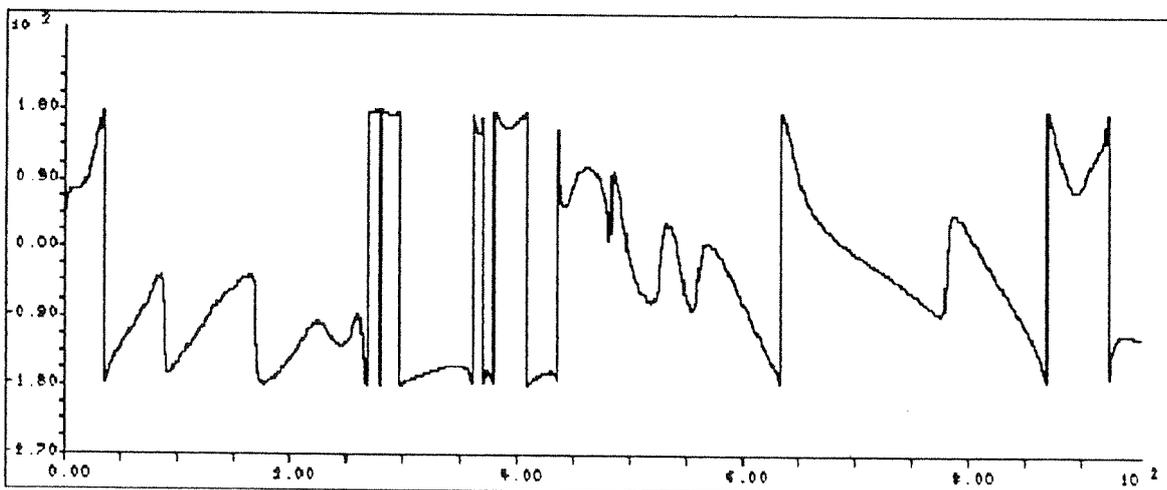


Figura 8.16 Fase do controlador CP3 (Graus x Hz).

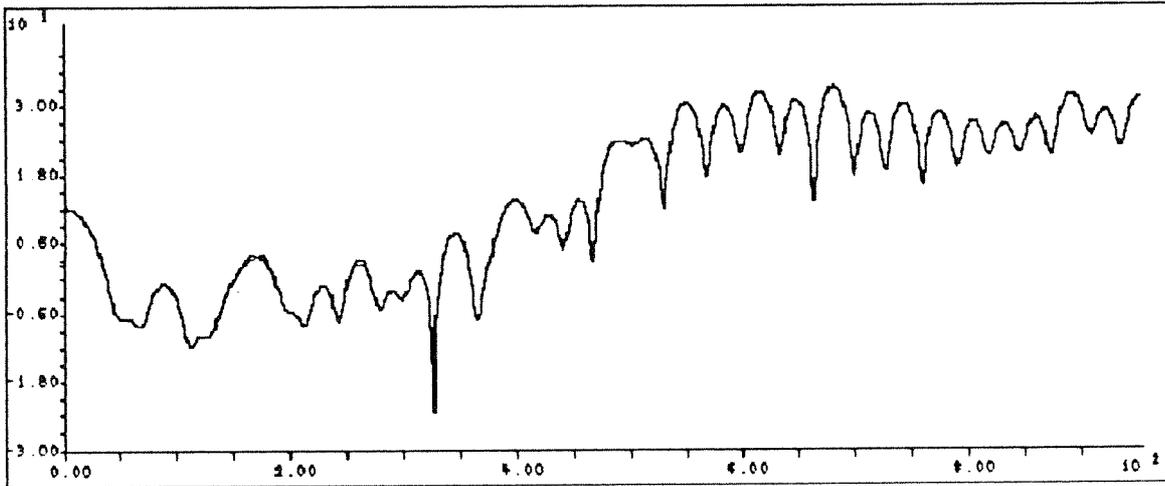


Figura 8.17 Módulo do controlador CXF1 (dB x Hz).

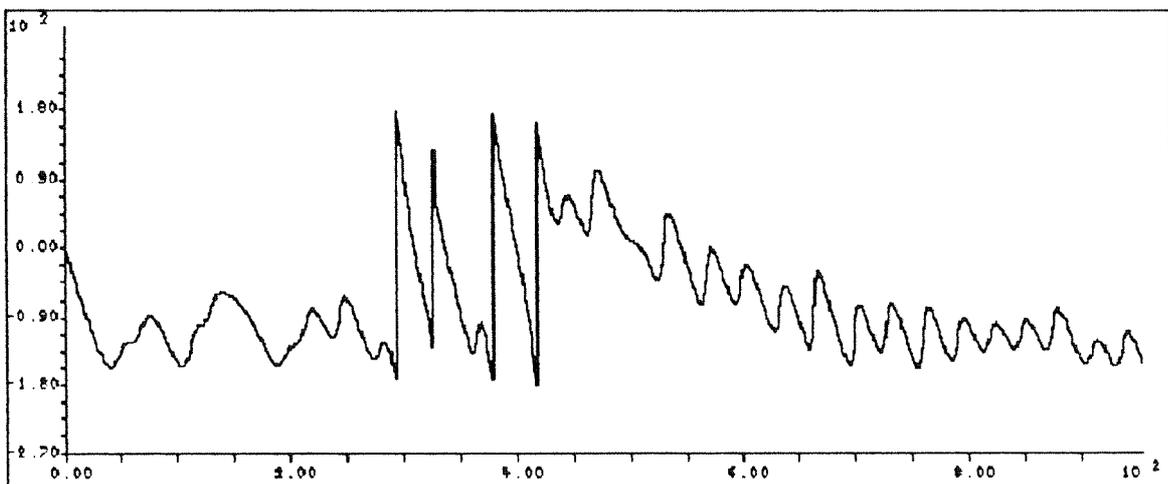


Figura 8.18 Fase do controlador CXF1 (Graus x Hz).

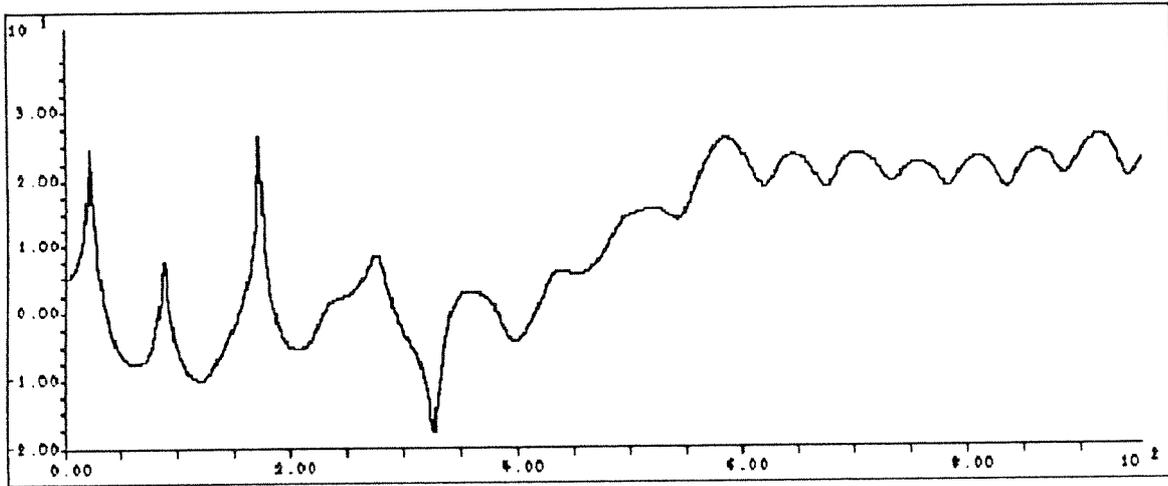


Figura 8.19 Módulo de controlador CXF2 (dB x Hz).

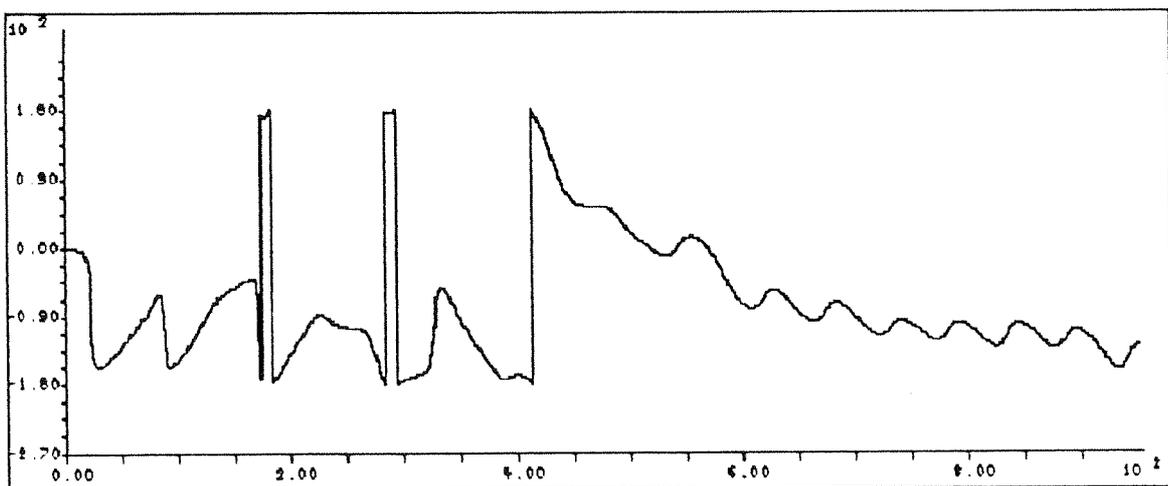


Figura 8.20 Fase de controlador CXF2 (Graus x Hz).

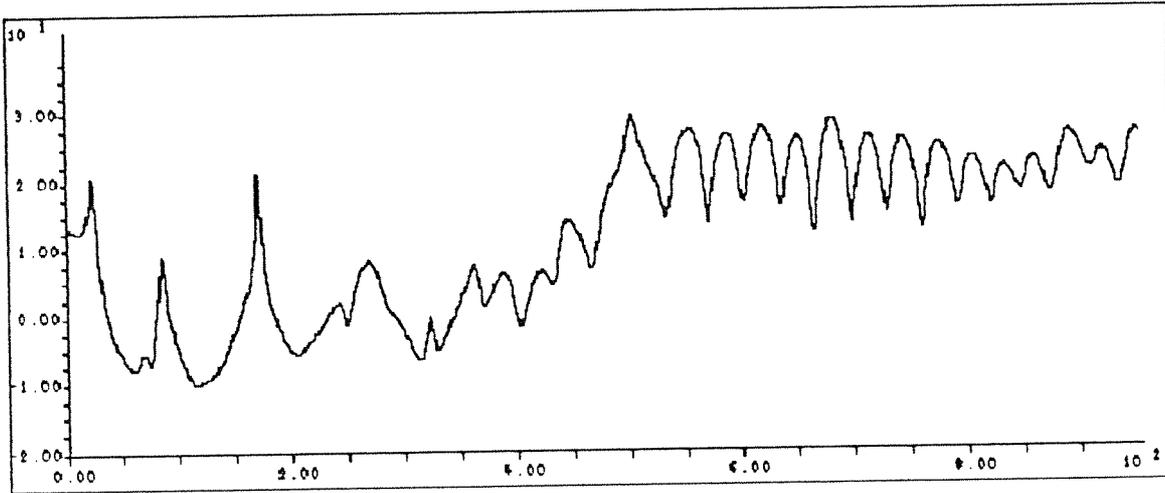


Figura 8.21 Módulo do controlador CxF3 (dB x Hz).

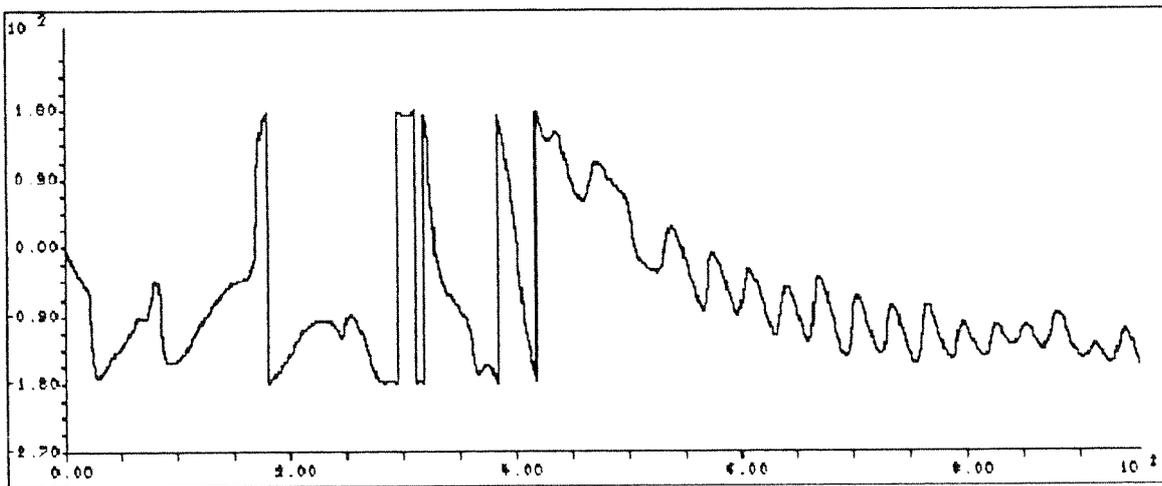


Figura 8.22 Fase do controlador CxF3 (Graus x Hz).

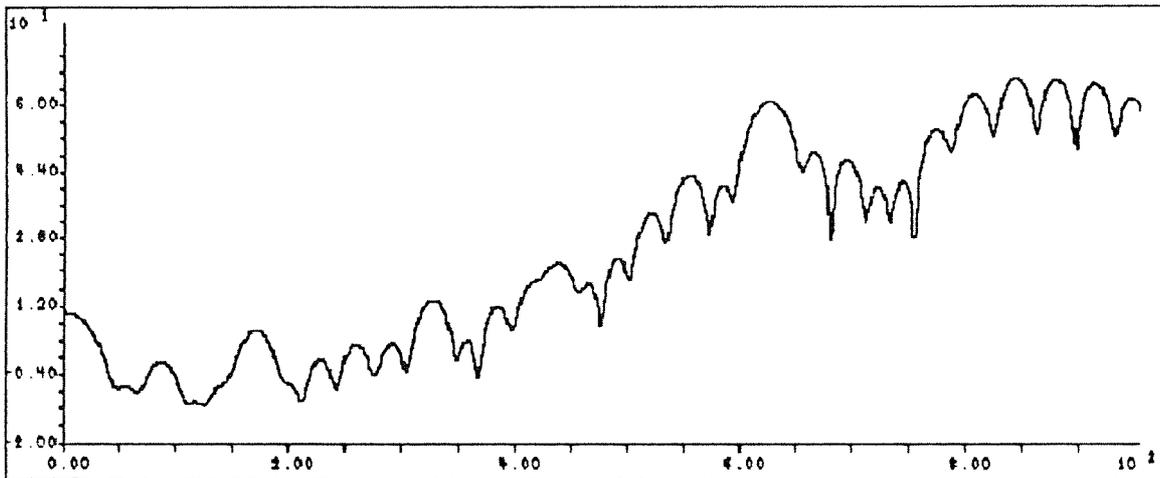


Figura 8.23 Módulo do controlador CXP1 (dB x Hz).

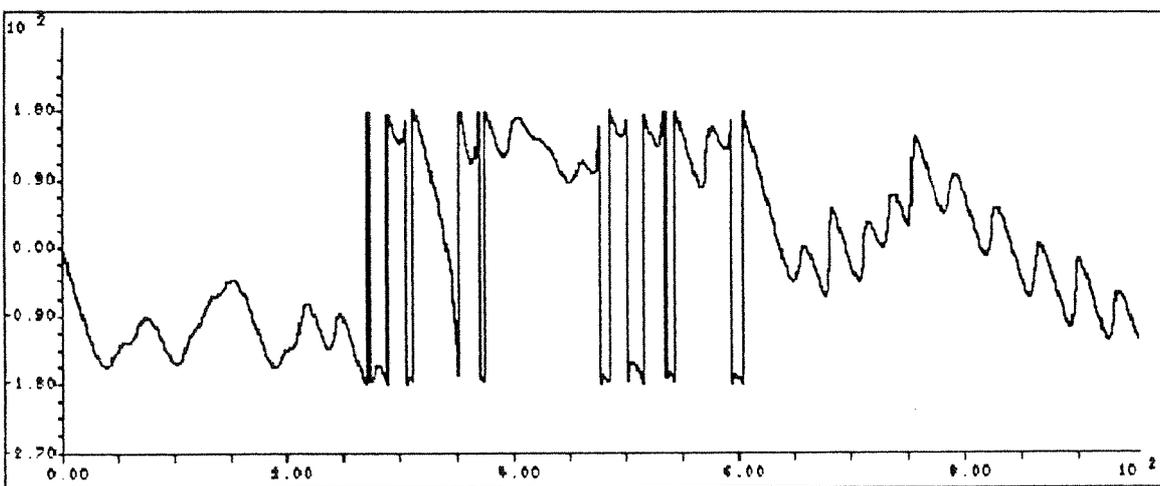


Figura 8.24 Fase do controlador CXP1 (Graus x Hz).

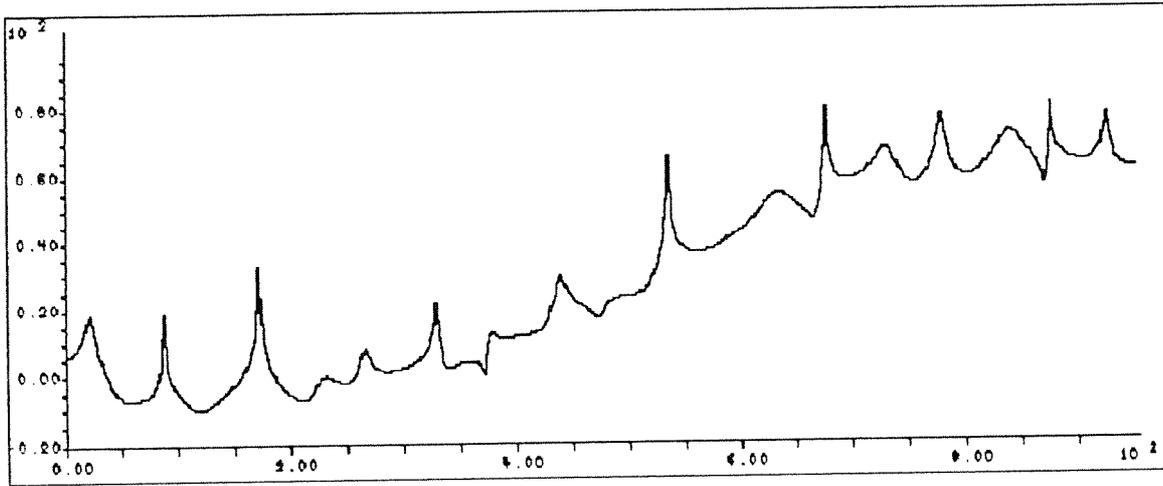


Figura 8.25 Módulo do controlador CXP2 (dB x Hz).

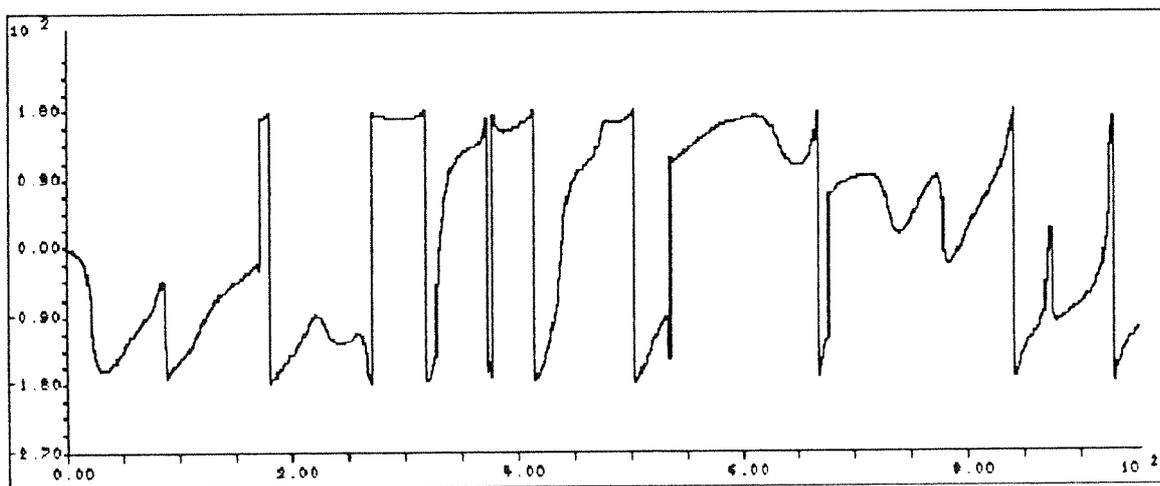


Figura 8.26 Fase do controlador CXP2 (Graus x Hz).

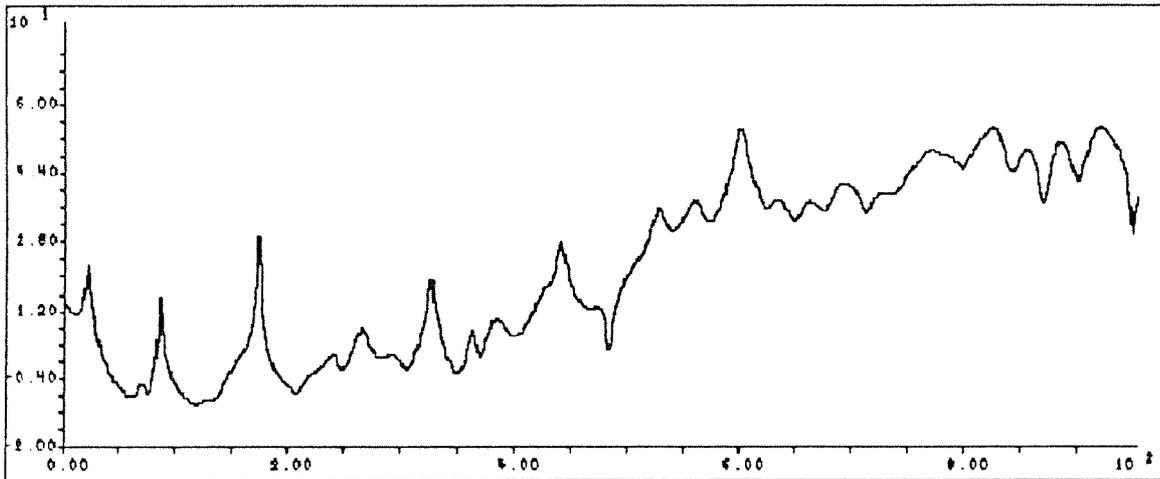


Figura 8.27 Módulo do controlador CXP3 (dB x Hz).

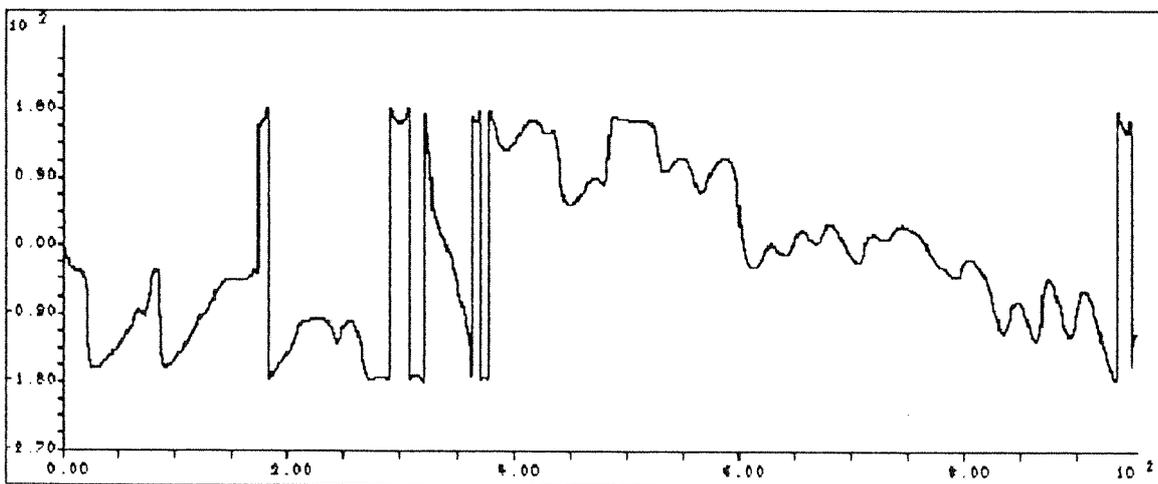


Figura 8.28 Fase do controlador CXP3 (Graus x Hz).

Observando as Figuras 8.1 à 8.8 e 8.11 à 8.28 pode-se notar o seguinte:

. As características de módulo dos controladores tendem a apresentar os picos encontrados na característica de módulo do controlador ideal, que ocorrem em frequências associadas à distância entre o detetor e a fonte secundária  $f = k.c_0/(2.l_{sd})$  ( $k = 0,1,2,\dots$ ,  $c_0 =$  velocidade do som,  $l_{sd} =$  distância entre  $S$  e  $D$ ).

. As características de fase dos controladores apresentam alguma semelhança na faixa de frequência de 0Hz até aproximadamente 270Hz, sendo esta semelhança mais acentuada na faixa de 50Hz a 170Hz.

. Os controladores  $CP_1$ ,  $CP_2$ ,  $CXP_1$ ,  $CXP_2$  e  $CPX_3$ , portanto, quase todos os controladores identificados com a aplicação de ponderação, apresentam, em suas características de módulo, altos ganhos fora da região de operação (frequência  $> 420$ Hz).

Pesquisou-se a estabilidade dos controladores através do cálculo da posição de seus polos. A Tabela 8.1 mostra o resultado desta investigação.

Controlador	Estabilidade
CF <sub>1</sub>	estável (FIR)
CF <sub>2</sub>	instável
CF <sub>3</sub>	instável
CP <sub>1</sub>	estável (FIR)
CP <sub>2</sub>	estável
CP <sub>3</sub>	instável
CXF <sub>1</sub>	estável (FIR)
CXF <sub>2</sub>	estável
CXF <sub>3</sub>	instável
CXP <sub>1</sub>	estável (FIR)
CXP <sub>2</sub>	instável
CXP <sub>3</sub>	estável

Tabela 8.1 Estabilidade dos controladores.

## 8.2 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONTROLADORES ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES

As simulações, cujos resultados são apresentados a seguir, foram realizadas utilizando-se as respostas impulsiais  $tpd(n)$ ,  $tpo(n)$ ,  $tsd(n)$  e  $tso(n)$  "medidas" na primeira etapa do experimento e o controlador em questão. Para excitação deste conjunto usou-se um ruído branco com média zero.

A simulação produziu três sequências,  $o_1(n)$ ,  $o_2(n)$  e  $o_3(n)$ , que representam, respectivamente, o ruído no observador com o controle desligado, o anti-ruído gerado junto ao observador e o

ruído no observador com o controlador ligado ( $o_1(n) + o_2(n)$ ).

Estimou-se, também, o índice de atenuação,  $K$ , segundo a seguinte expressão:

$$K_{(dB)} = 10 \cdot \log \left[ \sum_{n=0}^{N-1} [o_1(n)]^2 \right] - 10 \cdot \log \left[ \sum_{n=0}^{N-1} [o_3(n)]^2 \right] \quad (8.1)$$

Das sequências  $o_1(n)$  e  $o_3(n)$  calculou-se o espectro do ruído junto ao observador sem o controlador, e o espectro do ruído no mesmo ponto com o controlador ligado. Gerou-se também a diferença entre esses dois espectros, que indica a atenuação obtida, no domínio da frequência.

A seguir apresenta-se a Tabela 8.2 que indica o índice de atenuação obtido com os diversos controladores. Apresenta-se também os gráficos gerados para os controladores que, em simulação, tenham se comportados de forma estável.

Controlador	Índice de atenuação K (dB)
CF <sub>1</sub>	-- instável --
CF <sub>2</sub>	-- instável --
CF <sub>3</sub>	-- instável --
CP <sub>1</sub>	-- instável --
CP <sub>2</sub>	-- instável --
CP <sub>3</sub>	-- instável --
CXF <sub>1</sub>	10.14
CXF <sub>2</sub>	13.82
CXF <sub>3</sub>	16.22
CXP <sub>1</sub>	-- instável --
CXP <sub>2</sub>	-- instável --
CXP <sub>3</sub>	16.51

Tabela 8.2 Desempenho dos controladores em simulação.

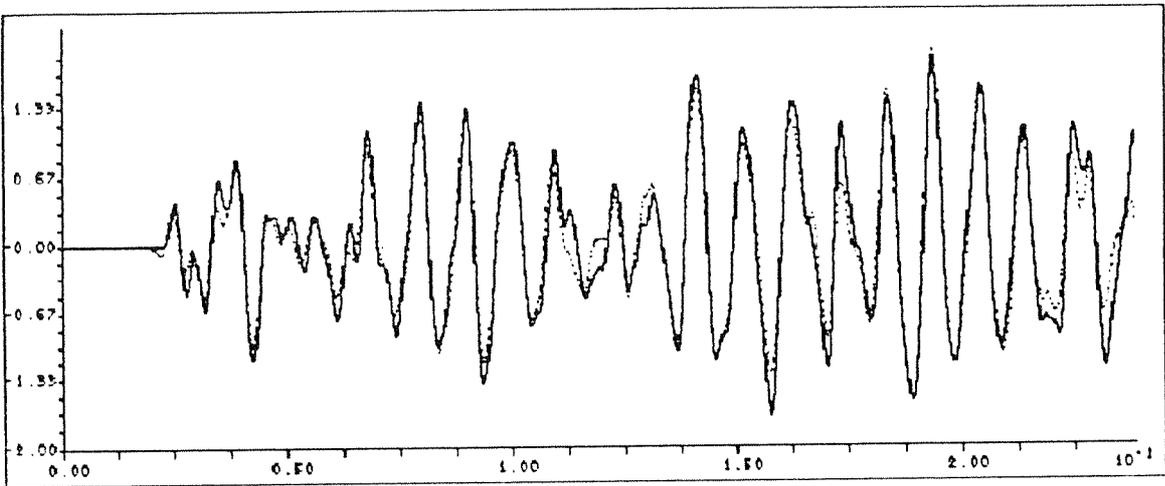


Figura 8.29 Controlador CXF1. Comparação entre o ruído (—) e - (anti-ruído) (---) junto ao observador. Tempo em segundos.

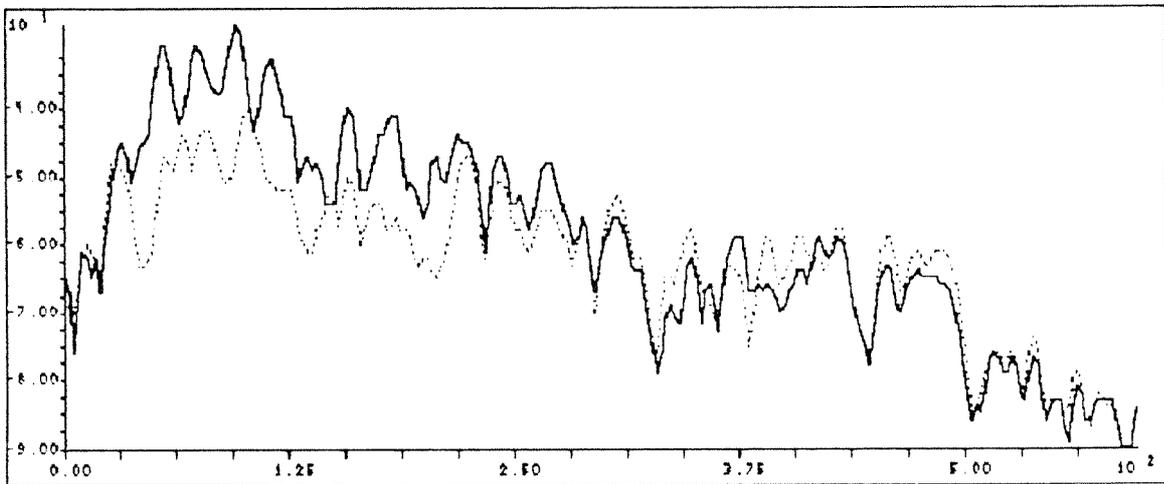


Figura 8.30 Controlador CXF1. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado (—) e ligado (---). (dB x Hz).

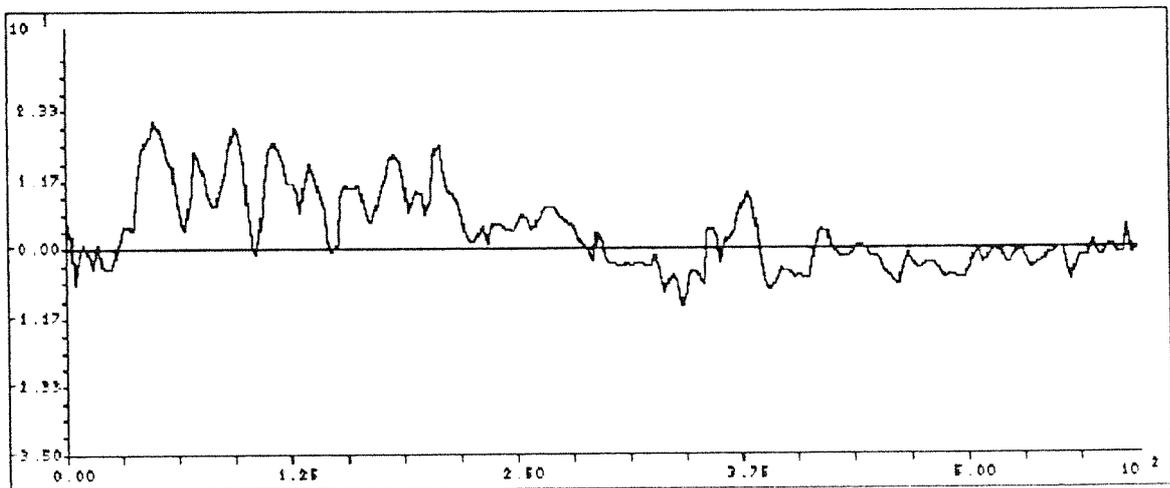


Figura 8.31 Controlador CXF1. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz).

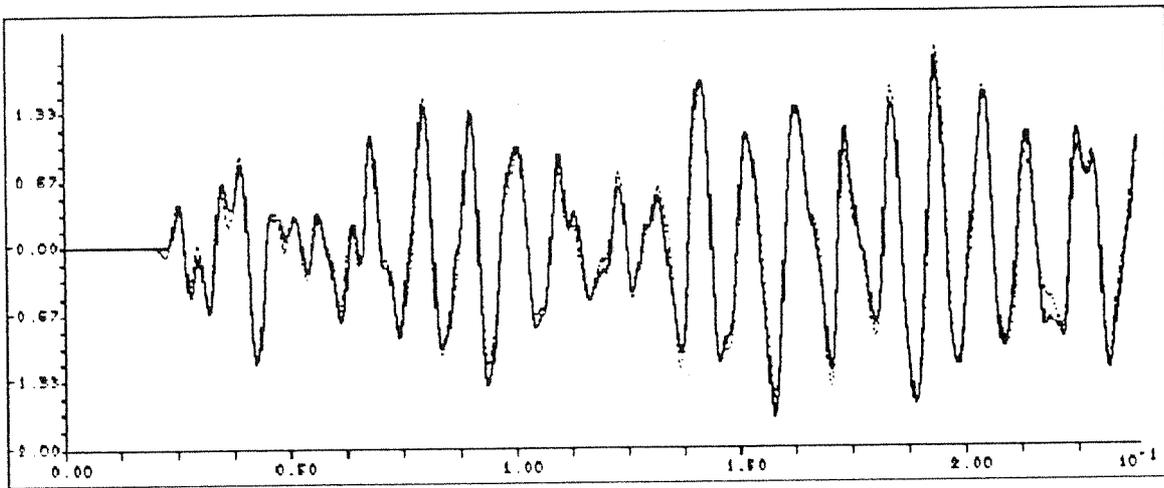


Figura 8.32 Controlador CXF2. Comparação entre o ruído (—) e - (anti-ruído) (----) junto ao observador. Tempo em segundos.

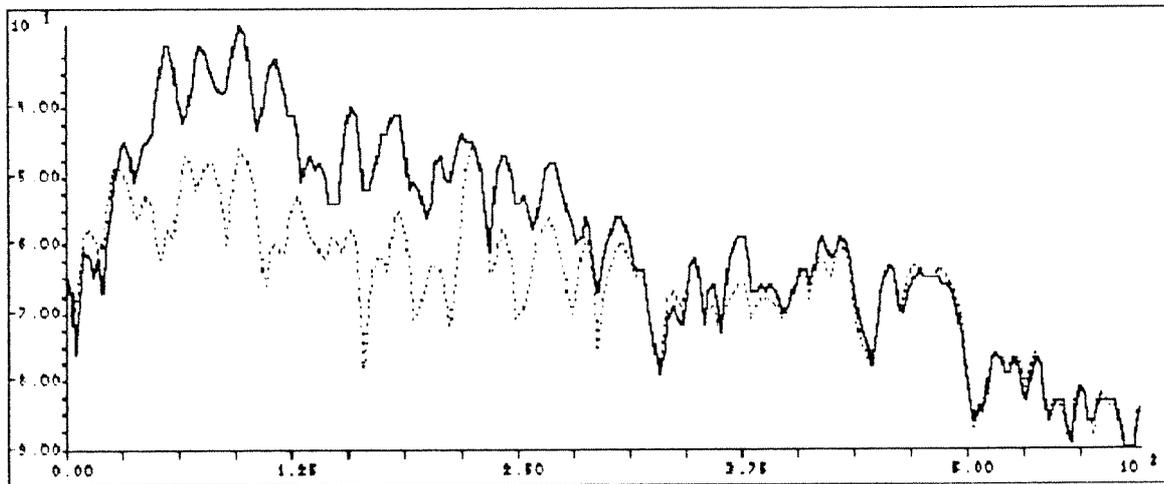


Figura 8.33 Controlador CXF2. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado (—) e ligado (----). (dB x Hz).

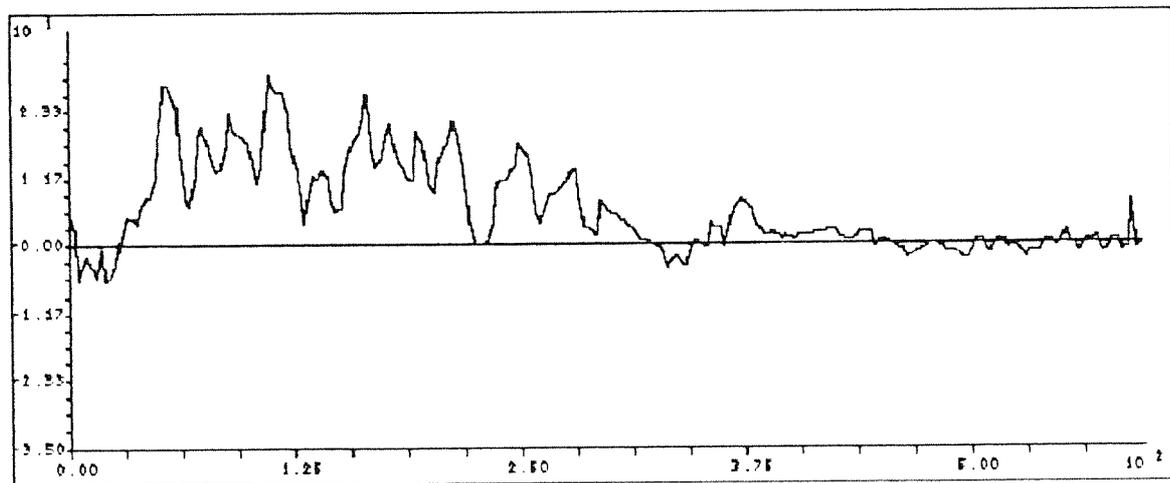


Figura 8.34 Controlador CXF2. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz).

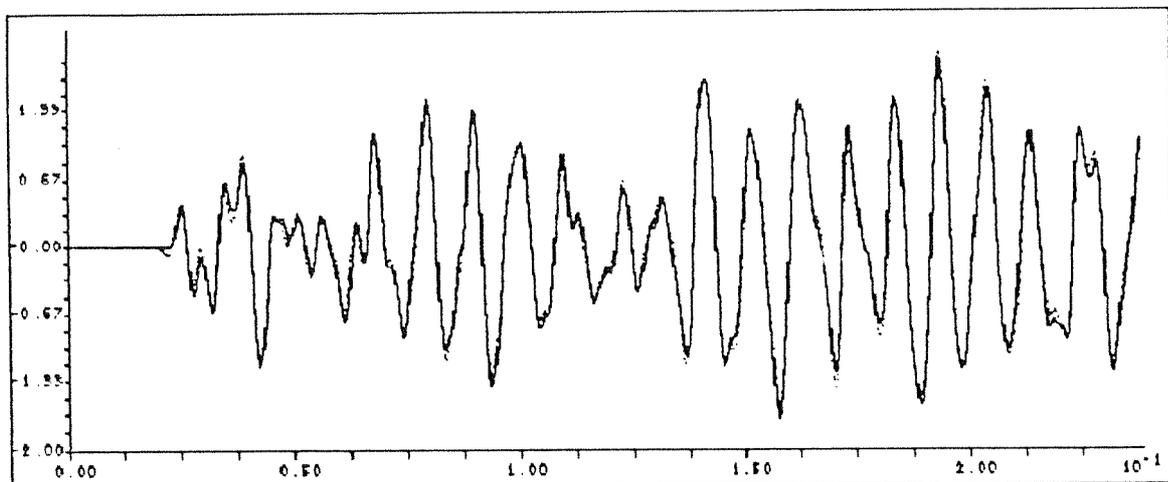


Figura 8.35 Controlador CXF3. Comparação entre o ruído (—) e - (anti-ruído) (----) junto ao observador. Tempo em segundos.

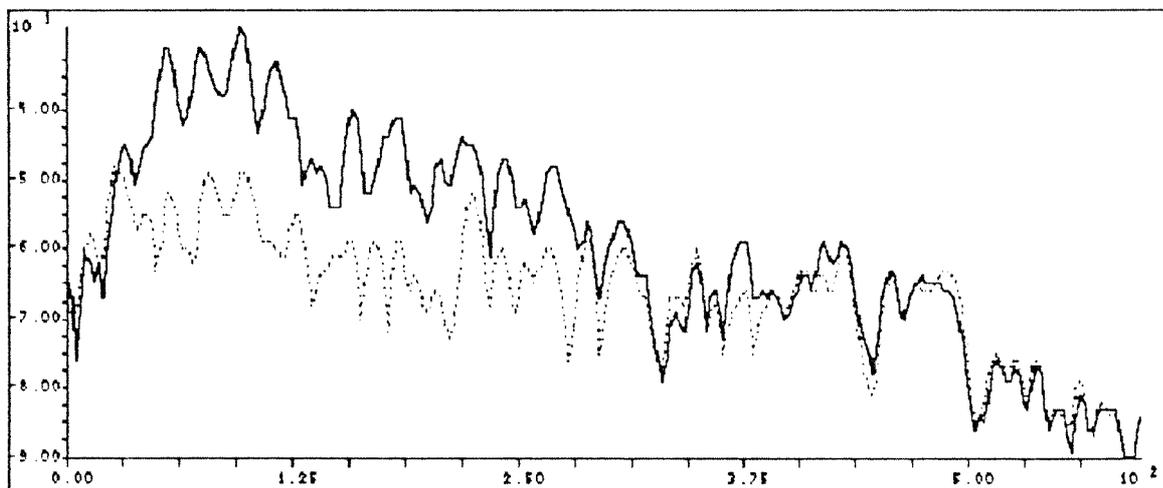


Figura 8.36 Controlador CXF3. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado (—) e ligado (----). (dB x Hz).

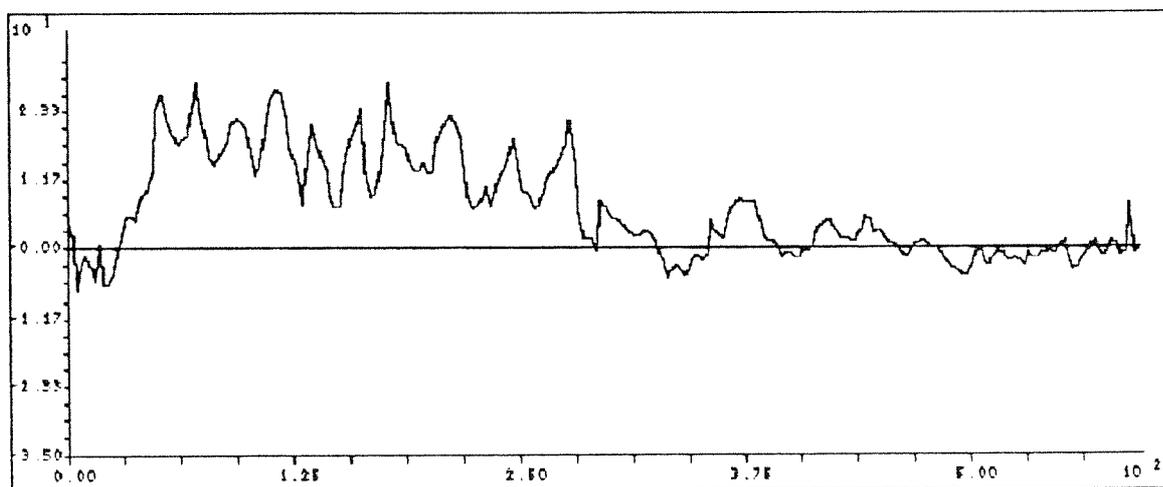


Figura 8.37 Controlador CXF3. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz).

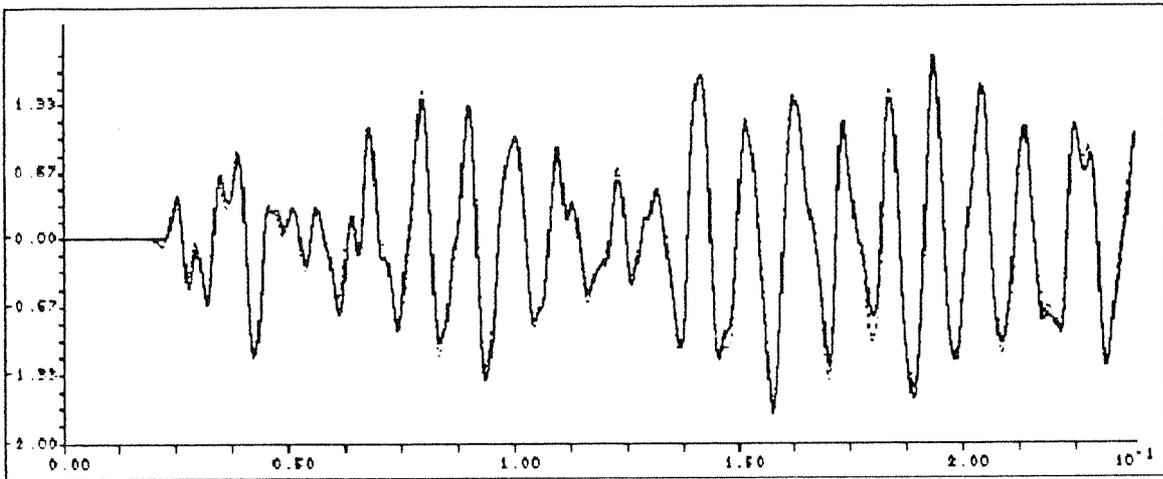


Figura 8.38 Controlador CXPS. Comparação entre o ruído (—) e - (anti-ruído) (.....) junto ao observador. Tempo em segundos.

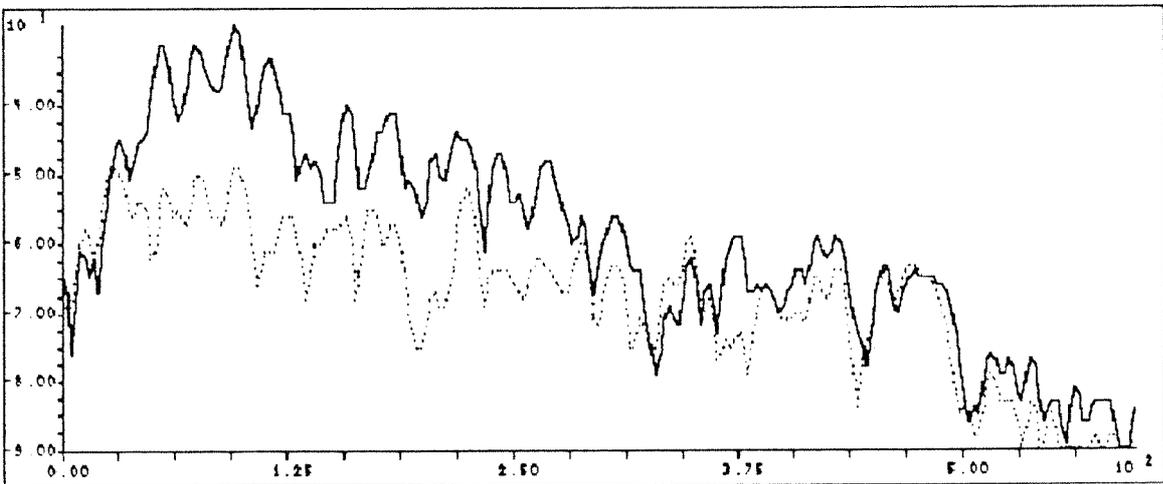


Figura 8.39 Controlador CXPS. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado (—) e ligado (.....). (dB x Hz).

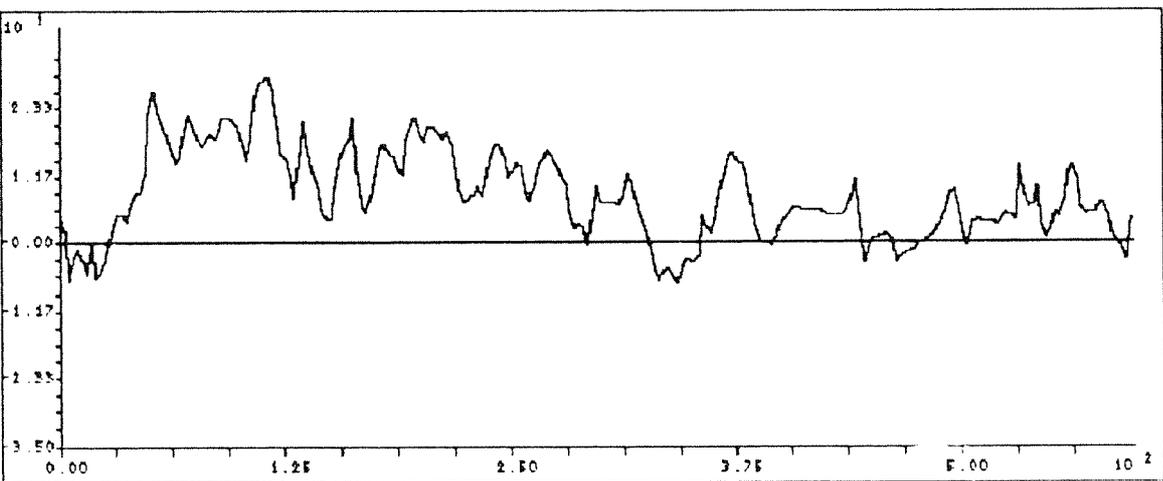


Figura 8.40 Controlador CXPS. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz).

### 8.3 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS CONTROLADORES NO SISTEMA REAL

#### 8.3.1 IMPLEMENTAÇÃO DOS FILTROS (CONTROLADORES)

Inicialmente tentou-se implementar os filtros (controladores) sob a forma de blocos de segunda ordem, evitando a realização na forma direta, a qual, conhecidamente, apresenta grande sensibilidade com respeito aos coeficientes, podendo, em virtude da quantização, deformar bastante a função de transferência implementada [35,36]. No entanto, quando tentou-se realizar os filtros sob a forma de blocos de segunda ordem deparou-se com outro problema: era necessário escolher os grupos de polos e zeros para cada um dos blocos e escalar o sinal ao longo do filtro de forma a evitar, inicialmente, "overflow" e se possível obter uma boa relação sinal/ruído [35,36]. Porém, a alta ordem do sistema praticamente impossibilitava a otimização total do filtro via "software". Após exaustivas tentativas e simulações sem sucesso acabou-se retornando à realização na forma direta. A representação, dos coeficientes foi feita em ponto fixo com registros de 16 bits.

#### 8.3.2 AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO

No experimento de teste, Figura 8.41, utilizou-se como excitação ora ruído branco, ora tons senoidais. A observação do sinal de saída, captada pelo microfone observador, foi feita através de um osciloscópio e de um analisador de espectro.

O ajuste do ganho do sistema, efetuado nos pré-amplificadores, foi feito de forma a obter um bom desempenho e evitar a ocorrência de instabilidade.

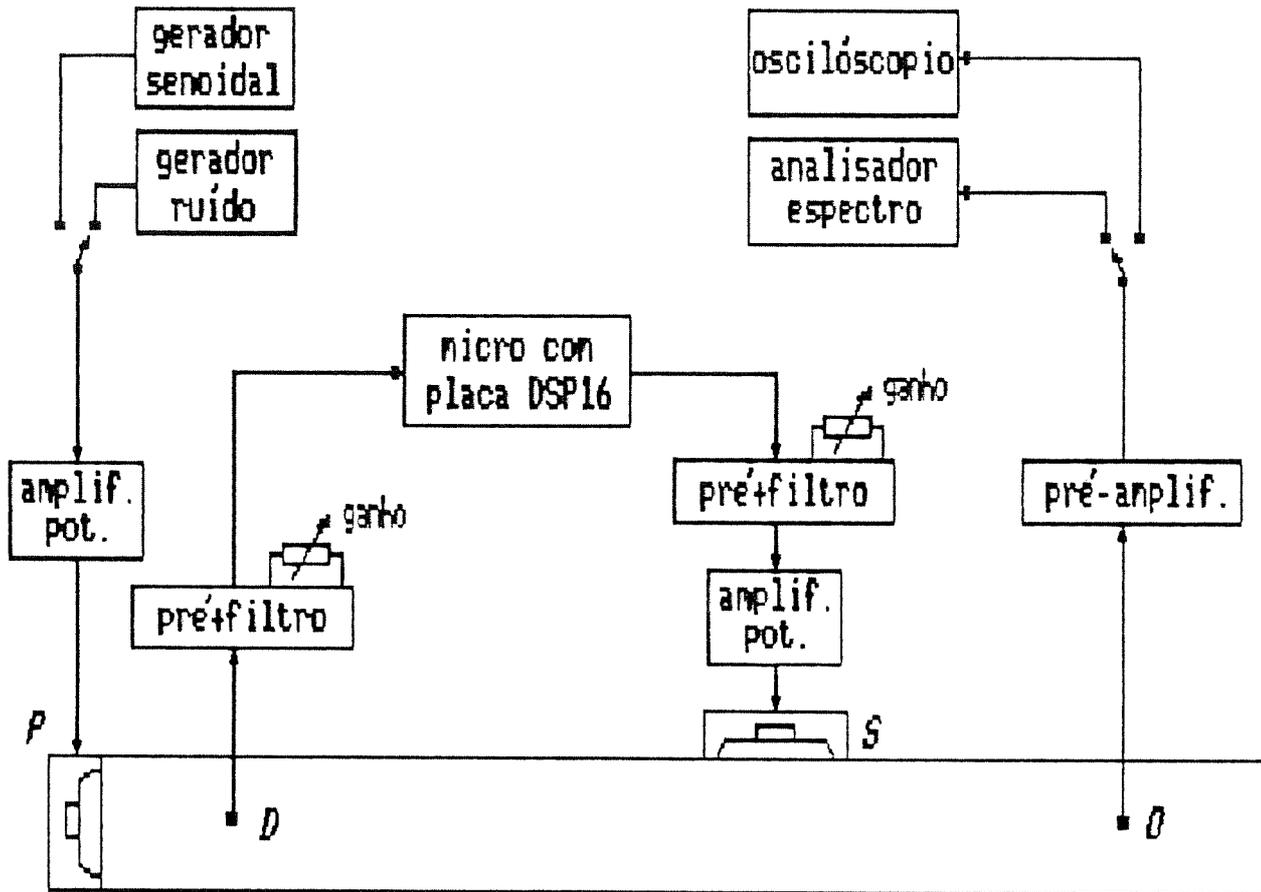


Figura 8.41 Arranjo do sistema na etapa de avaliação.

Vários controladores foram testados. Alguns apresentaram, como constatado em simulações, um péssimo desempenho em decorrência da instabilidade.

Apresenta-se aqui o resultado dos testes para os controladores CXF<sub>2</sub> e CXF<sub>3</sub>, os quais apresentaram os melhores resultados. As Figuras 8.42 a 8.45 mostram, para estes dois controladores, a comparação do espectro do ruído junto ao

observador com controlador desligado e com o mesmo ligado, e a atenuação obtida ao longo do espectro. A Figura 8.46 apresenta o espectro do ruído ambiente captado pelo microfone observador (fonte primária desligada).

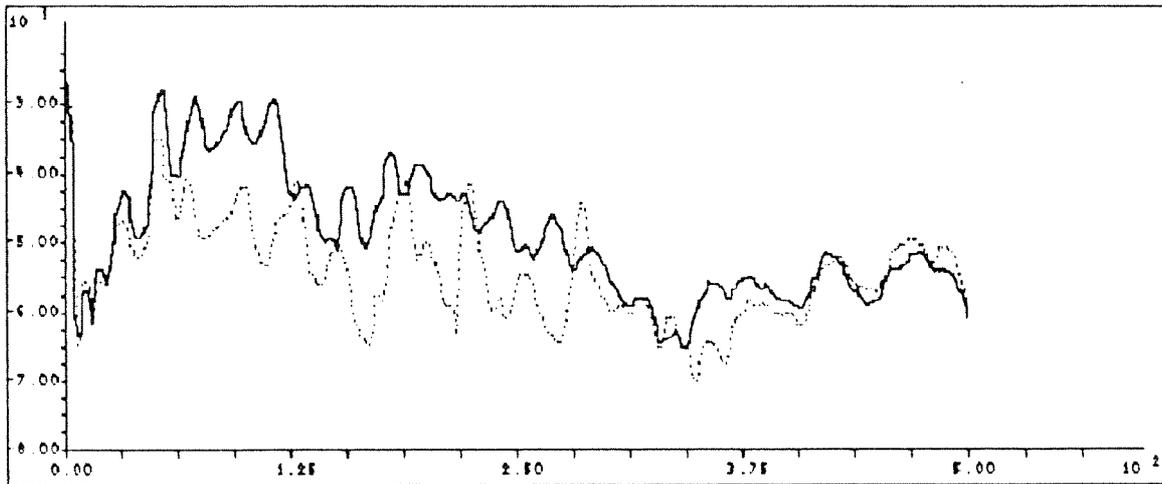


Figura 8.42 Controlador CXF2. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (.....). (dB x Hz). (Controle em tempo real).

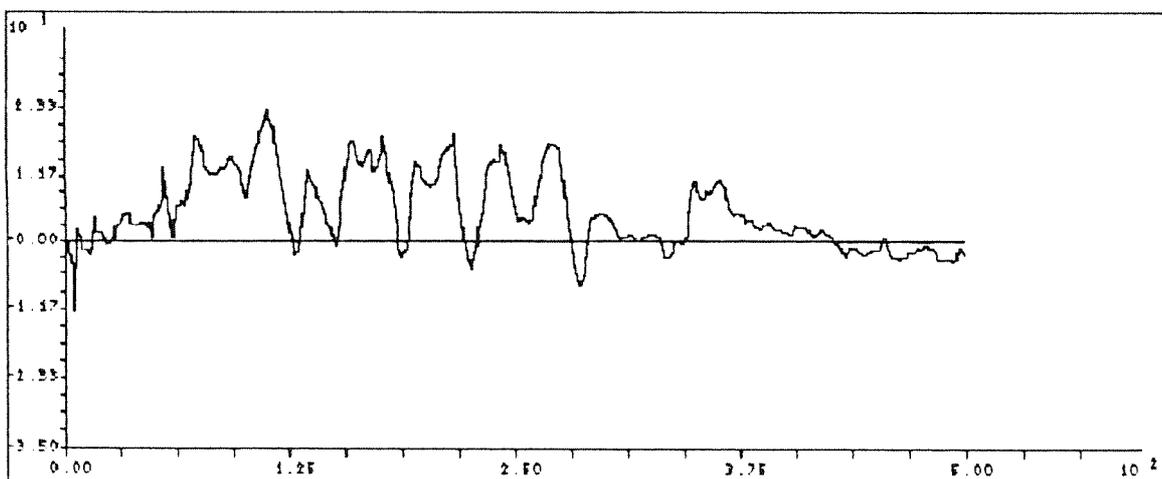


Figura 8.43 Controlador CXF2. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz). (Controle em tempo real).

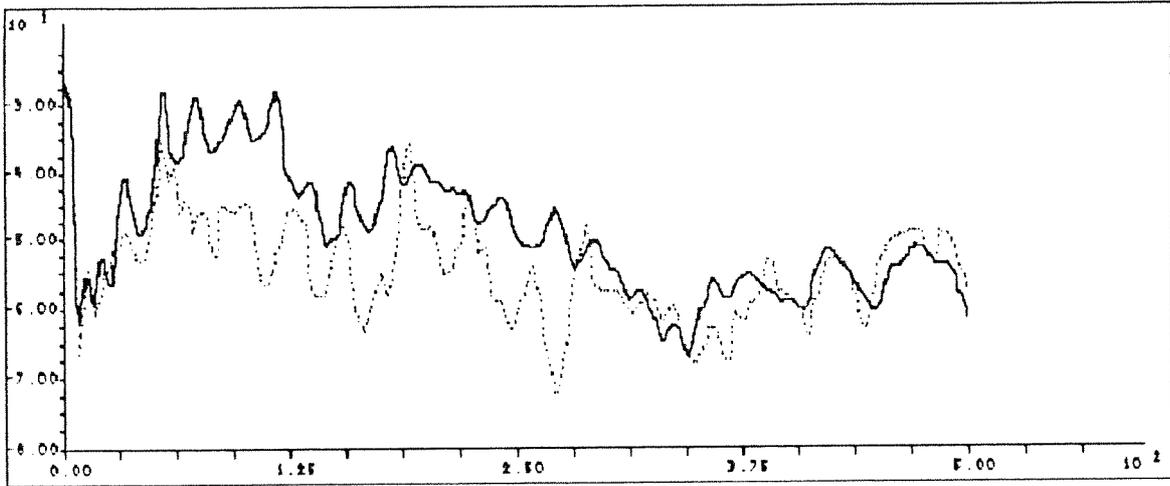


Figura 8.44 Controlador CXF3. Espectro do ruído junto ao observador com o controle desligado(—) e ligado (.....). (dB x Hz). (Controle em tempo real).

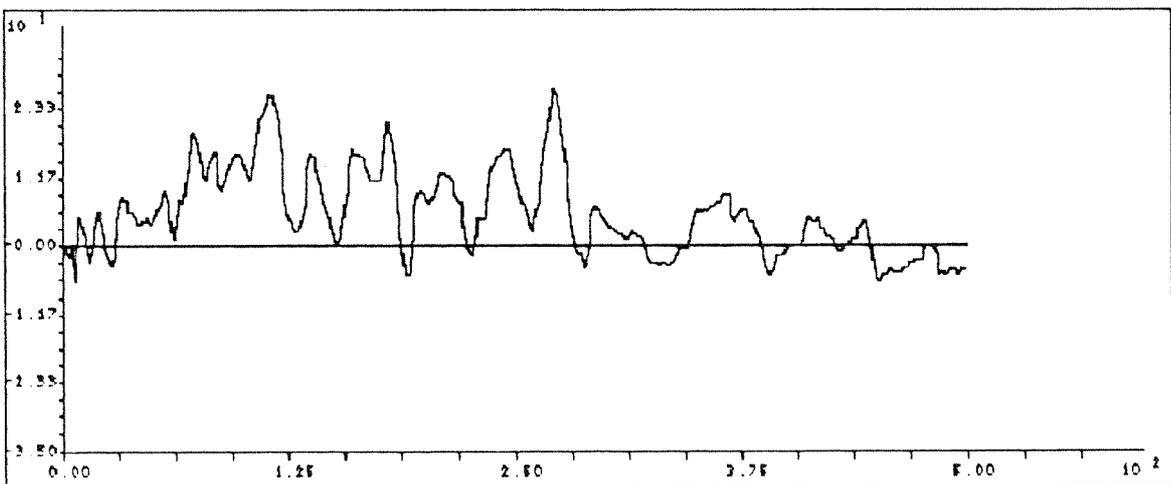


Figura 8.45 Controlador CXF3. Atenuação ao longo do espectro. (dB x Hz). (Controle em tempo real).

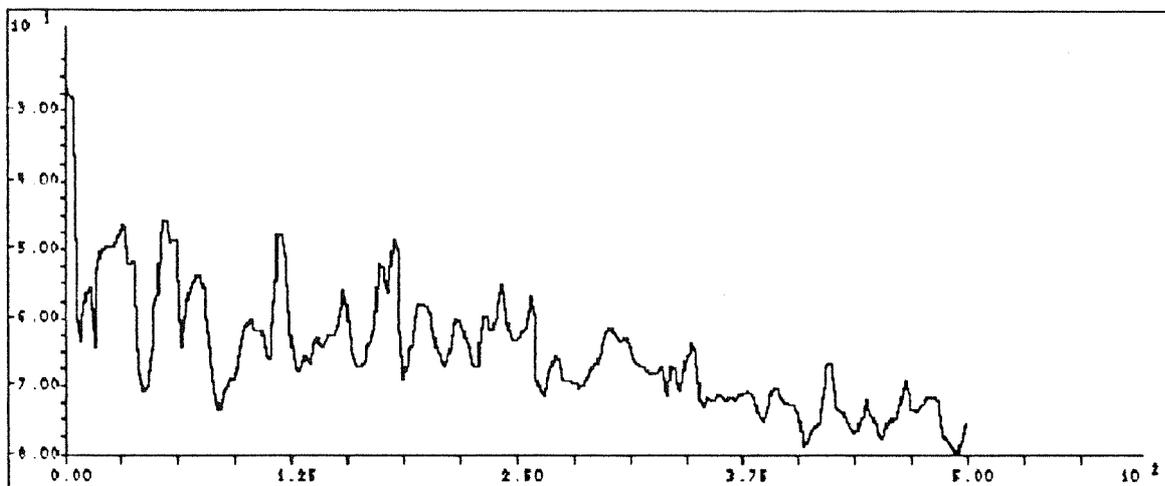


Figura 8.46 Espectro do ruído ambiente captado pelo observador (dB x Hz).

As Tabelas 8.3 e 8.4 apresentam um resumo do desempenho dos controladores CXF2 e CXF3. O índice de atenuação representa a razão entre a energia do ruído junto ao observador, numa dada faixa de frequência, com o controlador desligado e com o controlador ligado. A atenuação média representa a média da atenuação obtida ao longo da faixa de frequência em questão e, portanto, não diferencia faixas de frequência com diferentes conteúdos energéticos.

Faixa de frequência	Índice de atenuação (dB)	Antenuação média (dB)
5 - 420 Hz	8.98	6.53
70 - 420 Hz	10.34	7.21
70 - 280 Hz	10.73	10.28

Tabela 8.3 Índice de atenuação e a atenuação média para o controlador CXF2 em função da faixa de frequência.

Faixa de frequência	Índice de atenuação (dB)	Atenuação média (dB)
5 - 420 Hz	9.31	6.94
70 - 420 Hz	10.06	7.52
70 - 280 Hz	11.07	11.29

Tabela 8.4 Índice de atenuação e a atenuação média para o controlador CXF3 em função da faixa de frequência.

A Tabela 8.5 apresenta, para efeito de comparação, a razão entre a energia do ruído, junto ao observador, com a fonte primária ligada e com a fonte primária desligada (ruído de fundo) em função da faixa de frequência.

Faixa de frequência	Razão em em (dB)
5 - 420 Hz	16.52
70 - 420 Hz	21.30
70 - 280 Hz	21.59

Tabela 8.5 Razão entre a energia do ruído, junto ao observador, com a fonte primária ligada e a energia do ruído de fundo, em função da faixa de frequência.

Pode-se observar das Figuras 8.42 à 8.45 e das Tabelas 8.3 e 8.4 que os sistemas apresentaram eficiência numa faixa de aproximadamente 50Hz até 280Hz, concordando, neste aspecto, com o resultado das simulações.

Observou-se, durante o experimento que, ao se fazer pressão sobre as paredes do duto (compensado de 20mm), alterando-lhes a "rigidez", podia-se verificar mudanças no que diz respeito à

estabilidade: podiam-se eliminar oscilações, estabilizando o sistema, e até criar oscilações em outras frequências, tornando o sistema instável. Este fato parece se opor à hipótese inicial sobre a rigidez do duto.

Para verificar os efeitos da quantização dos coeficientes no desempenho do sistema, realizaram-se novamente simulações, agora com os coeficientes quantizados em 16 bits. Nestas simulações não se observou nenhuma diferença significativa com respeito às simulações com coeficientes não quantizados. Notou-se também, calculando as raízes do numerador e do denominador, que a posição dos polos e zeros variava bem pouco quando quantizavam-se os coeficientes.

Verificou-se também em simulação o efeito do desajuste do ganho total do controlador: Variou-se o ganho do sistema de 10% em torno do ganho unitário (0.9 até 1.1) e constatou-se que o sistema permanecia estável, porém, o desempenho do sistema alterava-se significativamente apresentando mudanças na atenuação ao longo do espectro, reduzindo o índice de atenuação obtido.

#### 8.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Comparando os resultados das simulações com os obtidos experimentalmente, pode-se constatar algumas semelhanças. Porém, a eficiência obtida no experimento apresentou-se inferior à obtida em simulações. As discrepâncias entre os resultados das

simulações e os resultados experimentais podem ser atribuídas aos seguintes fatores:

- . Não linearidades exibidas pelo sistema físico;
- . Variação das características do sistema;
- . Alteração da característica do controlador como consequência da quantização dos coeficientes (Este fator parece ter influenciado pouco, conforme já foi comentado);
- . Erros no ajuste do ganho do controlador. (Em simulação, erros no ganho do controlador promoveram reduções no desempenho do sistema e produziram resultados mais próximos dos obtidos experimentalmente);
- . Adição de ruído ambiente aos sinais captados pelos microfones observador e detetor durante o experimento de avaliação do desempenho;

Tanto nas simulações quanto nos experimentos, os controladores obtidos pelo método proposto por C. F. Ross apresentaram-se instáveis. A possibilidade de ocorrência de instabilidade, comentada no Capítulo 5, parece contra-indicar a aplicação deste método para sistemas de controle de ruído em dutos implementados com fonte secundária e/ou detetor não direcionais. Já os controladores obtidos pelo método proposto neste trabalho apresentaram, tanto em simulação quanto experimentalmente, menos problemas relacionados à estabilidade.

Quanto à aplicação de ponderação nas identificações não se obteve bons resultados: observou-se uma tendência nestes controladores para apresentar altos ganhos fora da região de

operação, e, durante as simulações, estes controladores se desestabilizaram. Talvez o fator de ponderação responsável pela concentração da atenção na faixa de operação, implementado pelo filtro  $F_2$  (filtro passa baixa), tenha reduzido em excesso a energia do ruído fora da faixa de operação, deixando a característica do controlador nesta faixa "livre" demais.

C. F. Ross obteve com seu sistema de controle [9] uma atenuação média de aproximadamente 13dB na faixa de operação (0 - 350Hz) e uma atenuação média de aproximadamente 18dB numa faixa de 80 a 300Hz, apresentando, portanto, um resultado superior ao obtido neste trabalho. Contudo, seu sistema utilizava um conjunto de três microfones e uma linha de retardo compondo um detetor direcional. Portanto, o equipamento utilizado por ele era mais complexo do que o utilizado neste trabalho, o qual utiliza como detetor um único microfone omnidirecional.

## 8.5 CONCLUSÃO

Esta tese dá continuidade ao trabalho inicial, a nível de Brasil, desenvolvido por Paulo M. Massarani [37] no Laboratório de Acústica e Vibrações da COPPE, sobre controle ativo de ruído em dutos. Naquele trabalho, entre outras coisas, determinou-se experimentalmente, através do método de Roure [10], a característica do controlador, e implementou-se um sistema de controle para tons puros.

O presente trabalho tinha como objetivo básico implementar um controlador que atuasse em uma faixa mais ampla de frequência, e desta forma, avançar um pouco mais os estudos sobre controle ativo de ruído em dutos.

Conforme sugerido naquele trabalho, utilizou-se para determinar os coeficientes do controlador o método de Ross [9]. Posteriormente, em consequência do baixo desempenho obtido com a aplicação deste método, desenvolveu-se um novo processo, semelhante ao método de Ross, porém, mais adequado para determinar os parâmetros de controladores associados a detetores e/ou fontes secundárias não direcionais.

Analisou-se a aplicação de ponderação de forma que, no momento da identificação, fosse dada mais atenção às faixas de frequência onde os desajustes em relação ao controlador ideal implicassem de forma mais drástica no desempenho do sistema.

Fez-se também um estudo teórico sobre a utilização de controle adaptativo nos sistemas de controle ativo de ruído, no qual propôs-se uma adequação do algoritmo LMS-IIR ao ambiente de controle de ruído em dutos.

Para dar prosseguimento ao estudo de controle ativo de ruídos pode-se citar os seguintes tópicos para futuros trabalhos nesta área:

- . Implementação de sistemas de controle ativo adaptativo.
- . Estudo de topologias para controladores que aproveitem o conhecimento da expressão (4.32) com o intuito de

reduzir o número de parâmetros a serem determinados e, conseqüentemente, tentar facilitar e melhorar o procedimento de identificação.

- . Analisar a convergência do algoritmo de identificação proposto neste trabalho (ponto não coberto pelo presente trabalho).
- . Reavaliar a utilização de ponderação no processo de identificação.

APÊNDICE A

Neste Apêndice apresentam-se expressões descrevendo as transferências que compõem os diagramas de blocos 2 e 3, respectivamente apresentados nas Figuras 4.9 e 4.14, em termos das transferências que compõem o diagrama de blocos 1, apresentado na Figura 4.2.

A.1 TRANSFERÊNCIAS DO DIAGRAMA DE BLOCOS-2

$$T_{po} = A_p.T_1.T_2.T_3.X_\alpha.(1 + T_4.T_4'.\Gamma_x) / \text{den}_\alpha \quad (A.1)$$

$$T_{pd} = A_p.T_1.(1 - T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_s + T_2.T_2'.\Gamma_s' - T_2.T_2'.T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_s.\Gamma_s' + T_2.T_2'.T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.X_\alpha.X_\alpha') / \text{den}_\alpha \quad (A.2)$$

$$T_{so} = A_s.T_3.(1 + T_4.T_4'.\Gamma_x - T_1.T_1'.T_2.T_2'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_p.\Gamma_s' - T_1.T_1'.T_2.T_2'.\Gamma_p.\Gamma_s' + T_1.T_1'.T_2.T_2'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_p.X_\alpha + T_1.T_1'.T_2.T_2'.\Gamma_p.X_\alpha) / \text{den}_\alpha \quad (A.3)$$

$$T_{sd} = A_s.T_2'.(1 + T_1.T_1'.\Gamma_p - T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_s - T_1.T_1'.T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_p.\Gamma_s + T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.X_\alpha' + T_1.T_1'.T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_p.X_\alpha') / \text{den}_\alpha \quad (A.4)$$

onde

$$\text{den}_\alpha = 1 - T_1.T_1'.T_2.T_2'.\Gamma_p.\Gamma_s' - T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_s - T_1.T_1'.T_2.T_2'.T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_p.X_\alpha.X_\alpha' + T_1.T_1'.T_2.T_2'.T_3.T_3'.T_4.T_4'.\Gamma_x.\Gamma_p.\Gamma_s.\Gamma_s' \quad (A.5)$$

A.2 TRANSFERÊNCIAS DO DIAGRAMA DE BLOCOS-3

$$P_i = L_{p0} \cdot A_p \cdot T_1 \quad (A.6)$$

$$P_e = T_3 \cdot (1 + T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x) / (1 - T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_s) \quad (A.7)$$

$$P_d = T_2 \cdot X_s \cdot (1 - T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_s) / \text{den}_b \quad (A.8)$$

$$F = T_2' \cdot (1 + T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot X_s' - T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_s + T_1 \cdot T_1' \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_p \cdot X_s' + T_1 \cdot T_1' \cdot \Gamma_p - T_1 \cdot T_1' \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_p \cdot \Gamma_s) / \text{den}_b \quad (A.9)$$

$$W = (1 + T_2 \cdot T_2' \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot X_s \cdot X_s' + T_2 \cdot T_2' \cdot \Gamma_s' - T_2 \cdot T_2' \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_s \cdot \Gamma_s' - T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_s) / \text{den}_b \quad (A.10)$$

onde

$$\text{den}_b = 1 - T_1 \cdot T_1' \cdot T_2 \cdot T_2' \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot X_s \cdot X_s' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_p - T_1 \cdot T_1' \cdot T_2 \cdot T_2' \cdot \Gamma_p \cdot \Gamma_s' - T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_s + T_1 \cdot T_1' \cdot T_2 \cdot T_2' \cdot T_3 \cdot T_3' \cdot T_4 \cdot T_4' \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_p \cdot \Gamma_s \cdot \Gamma_s' \quad (A.11)$$

APÊNDICE B

Neste apêndice apresenta-se o desenvolvimento efetuado para chegar ao algoritmo LMS IIR ajustado ao controle de ruído em dutos, ou seja, levando em consideração as transferências  $T_i$ ,  $T_o$ ,  $P_f$  e  $P_e$ , indicadas no Capítulo 6. Após a conclusão deste item, extrai-se o algoritmo LMS FIR ajustado ao controle de ruído em dutos, que pode ser visto como caso particular do primeiro algoritmo.

B.1 LMS IIR NO CONTROLE DE RUÍDO EM DUTOS

Da Figura (6.7) observa-se que:

$$e(n) = p_e(n) * [d(n) + t_o(n) * y'(n)] \quad (B.1)$$

onde:

$$y'(n) = \sum_{i=1}^{N_a} a_i y'(n-i) + \sum_{j=0}^{N_b} b_j t_i(n) * u(n-j) + \sum_{j=0}^{N_b} b_j h_f(n) * y'(n-j) \quad (B.2)$$

$p_e(n)$  = Resposta impulsional do bloco  $P_e$ .

$p_f(n)$  = Resposta impulsional do bloco  $P_f$ .

$t_i(n)$  = Resposta impulsional do bloco  $T_i$ .

$t_o(n)$  = Resposta impulsional do bloco  $T_o$ .

$$h_f(n) = p_f(n) * t_i(n) * t_o(n) \quad (B.3)$$

A expressão de atualização dos coeficientes é dada por:

$$a_i(n+1) = a_i(n) - \frac{1}{2} \nu_i \frac{\partial e^2(n)}{\partial a_i(n)} \quad (B.4)$$

$$b_i(n+1) = b_i(n) - \frac{1}{2} \mu_i \frac{\partial e^2(n)}{\partial b_i(n)} \quad (B.5)$$

onde  $\nu_i$  e  $\mu_i$  representam os passos de adaptação.

Das expressões (B.1), (B.2) e (B.3) tem-se que o estimador do gradiente do erro médio quadrático em função dos coeficientes  $a_i$  e  $b_j$ , ou seja, o gradiente do erro quadrático instantâneo é:

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial a_i(n)} = 2 e(n) \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} p_e(k) \cdot t_o(l) \frac{\partial y'(n-k-l)}{\partial a_i(n)} \quad (B.6)$$

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial b_i(n)} = 2 e(n) \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} p_e(k) \cdot t_o(l) \frac{\partial y'(n-k-l)}{\partial b_i(n)} \quad (B.7)$$

onde:

$$\frac{\partial y'(n)}{\partial a_i(n)} = y'(n-i) + \sum_{s=1}^{N_a} a_i \frac{\partial y'(n-s)}{\partial a_i(n)} + \sum_{j=0}^{N_b} b_j h_f(n) * \frac{\partial y'(n-j)}{\partial a_i(n)} \quad (B.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y'(n)}{\partial b_i(n)} = & \sum_{j=0}^{N_b} t_i(n) * u(n-j) + \sum_{j=0}^{N_b} h_f(n) * y'(n-j) + \sum_{s=1}^{N_a} a_i \frac{\partial y'(n-s)}{\partial b_i(n)} \\ & \sum_{j=0}^{N_b} b_j h_f(n) * \frac{\partial y'(n-j)}{\partial b_i(n)} \end{aligned} \quad (B.9)$$

ou equivalentemente:

$$\frac{\partial y'(n)}{\partial a_i(n)} = y'(n-i) + \sum_{s=1}^{N_a} a_i \frac{\partial y'(n-s)}{\partial a_i(n)} + \sum_{j=0}^{N_b} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) \frac{\partial y'(n-j-k)}{\partial a_i(n)} \quad (B.10)$$

$$\frac{\partial y'(n)}{\partial b_i(n)} = x'(n-j) + \sum_{s=1}^{N_a} a_i \frac{\partial y'(n-s)}{\partial b_i(n)} + \sum_{j=0}^{N_b} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) \frac{\partial y'(n-j-k)}{\partial b_i(n)} \quad (B.11)$$

Considerando em (B.4) e (B.5) os valores de  $\nu_i$  e  $\mu_i$  pequenos, pode-se fazer as seguintes aproximações [29,30]:

$$\frac{\partial y'(n-k)}{\partial a_i(n)} \cong \frac{\partial y'(n-k)}{\partial a_i(n-k)} \quad \text{para } k \geq 0 \quad (B.12)$$

$$\frac{\partial y'(n-k)}{\partial b_j(n)} \cong \frac{\partial y'(n-k)}{\partial b_j(n-k)} \quad \text{para } k \geq 0 \quad (B.13)$$

Aplicando-se (B.12) e (B.13) em (B.10) e (B.11) obtém-se:

$$\frac{\partial y'(n)}{\partial a_i(n)} = y'(n-i) + \sum_{s=1}^{N_a} a_i \frac{\partial y'(n-s)}{\partial a_i(n-s)} + \sum_{j=0}^{N_b} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) \frac{\partial y'(n-j-k)}{\partial a_i(n-j-k)} \quad (B.14)$$

$$\frac{\partial y'(n)}{\partial b_i(n)} = x'(n-j) + \sum_{s=1}^{N_a} a_i \frac{\partial y'(n-s)}{\partial b_i(n-s)} + \sum_{j=0}^{N_b} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) \frac{\partial y'(n-j-k)}{\partial b_i(n-j-k)} \quad (B.15)$$

É conveniente observar que as expressões (B.12) e (B.13)

deixam de ter validade para  $k$  suficientemente grande. Nas expressões (B.10) e (B.11) os valores de  $k$  utilizados vão desde 0 até infinito, o que tornaria a aplicação desta aproximação inválida. No entanto, estas expressões possuem, no interior de seus somatório, a ponderação pelo fator  $h(k)$ , o qual, na prática, tende a zero quando  $k$  aproxima-se de infinito. Este fato minimiza o erro introduzido e justifica o uso desta aproximação.

Definindo-se os vetores:

$$X(n) = [y'(n-1) \dots y'(n-N_a) \ x'(n) \dots x'(n-N_b)]^T \quad (B.16)$$

$$W(n) = [a_1 \dots a_{N_a} \ b_0 \dots b_{N_b}]^T \quad (B.17)$$

$$\Psi(n) = \left[ \frac{\partial y'(n)}{\partial a_1(n)} \dots \frac{\partial y'(n)}{\partial a_{N_a}(n)} \ \frac{\partial y'(n)}{\partial b_0(n)} \dots \frac{\partial y'(n)}{\partial b_{N_b}(n)} \right]^T \quad (B.18)$$

e a matriz diagonal

$$\Lambda = \text{diag} [\nu_1 \dots \nu_{N_a} \ \mu_0 \dots \mu_{N_b}] \quad (B.19)$$

pode-se reescrever o algoritmo de adaptação como :

$$W(n+1) = W(n) + \Lambda \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} p_e(k) \cdot t_o(l) \cdot \Psi(n-k-l) \cdot e(n) \quad (B.20)$$

$$\Psi(n) = X(n) + \sum_{s=1}^{Na} a_s(n) \Psi(n-s) + \sum_{j=0}^{Nb} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) \Psi(n-j-k) \quad (B.21)$$

A computação de (B.21) exige um grande esforço computacional. Usando-se novamente o fato de que os passos de adaptação  $\nu_i$  e  $\mu_i$  são pequenos pode-se fazer a seguinte aproximação [29]:

$$\Psi(n) \cong \Psi^F(n) = \left[ y^F(n-1) \dots y^F(n-Na) \ x^F(n) \dots x^F(n-Nb) \right]^T \quad (B.22)$$

onde

$$y^F(n) = y'(n) + \sum_{s=1}^{Na} a_s(n) y^F(n-s) + \sum_{j=0}^{Nb} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) y^F(n-j-k) \quad (B.23)$$

$$x^F(n) = x'(n) + \sum_{s=1}^{Na} a_s(n) x^F(n-s) + \sum_{j=0}^{Nb} \sum_{k=0}^{\infty} b_j h_f(k) x^F(n-j-k) \quad (B.24)$$

Desta forma obtém-se um algoritmo mais simples, sintetizado pelas expressões (B.20), (B.22), (B.23) e (B.24), o qual foi apresentado na Figura 6.7,

B.2 LMS FIR NO CONTROLE DE RÚIDO EM DUTOS

Para o filtro adaptativo LMS FIR a expressão de  $e(n)$  é idêntica a (B.1) e a expressão de  $y'(n)$  é aquela apresentada em (B.2) sendo que os coeficientes  $a_i$  são nulos. Desta forma, as expressões do LMS FIR para o controle de ruído em duto, Figura 6.5, são aquelas apresentadas em (B.20), (B.22), (B.23) e (B.24) fazendo, apenas, os  $a_i$  nulos, ou seja:

$$W(n) = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{Nb}]^T \tag{B.25}$$

$$\Lambda = \text{diag} [\mu_0 \ \mu_1 \ \dots \ \mu_{Nb}] \tag{B.26}$$

$$W(n+1) = W(n) + \Lambda \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} p_{\sigma}(k) \cdot t_{\sigma}(l) \cdot \Psi(n-k-l) e(n) \tag{B.27}$$

$$\Psi(n) \cong \Psi^F(n) = [x^F(n) \ x^F(n-1) \ \dots \ x^F(n-Nb)]^T \tag{B.28}$$

onde:

$$x^F(n) = x'(n) + \sum_{j=0}^{Nb} \sum_{k=0}^{\infty} b_j \ h_f(k) \ x^F(n-j-k) \tag{B.29}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Lueg, P., "Process of Silencing Sound Oscilations", US Patent 2043416, 1936.
  
- [2] Jessel, M., "Sur les Absorbeurs Actifs", 6th ICA, Tokyo, 1968.
  
- [3] Jessel, M., "La Question des Absorbeus Actifs", Note CRP, No. 1142, 1971; Revue d'Acoustique, 5, 37-42, 1972.
  
- [4] Jessel, M. and Mangiante, G., "Active Sound Absorbers in an Air Ducts", J. Sound Vib., 23, (3), 383-390, 1972.
  
- [5] Kido, K. and Onoda, S. , "Automatic Control of Stationary Noise by Means of Directivity Synthesis", 6th ICA, Tokyo, 1968.
  
- [6] Kido, K. and Onoda, S., "Active Control of Transformer Noise by Synthesizing Directivity", Proc. Souel Int. Conf. on Elect. Electron. Eng., September 1970.
  
- [7] Swinbanks, M. A, "Active Control of Sound Propagation in Long Ducts", J. Sound Vib., 27, (3), 411-436, 1973.
  
- [8] Leventhall, H. G.: "Developments in Active Attenuators. Proceedings of 1976 Noise Control Conference, Warsaw, Poland, 33-42, October 1976.

- [9] Ross, C. F., "An Algorithm for Designing a Broadband Active Sound Control System", J. Sound Vib., 80, nro. (3), 373-380, 1982.
- [10] Roure, A., "Self-Adaptive Broadband Active Sound Control System", J. Sound Vib., 101, (3), 492-441, 1985.
- [11] Eriksson, L. J. and Allie, M. C., "A Practical System for Active Attenuation in Ducts", Sound Vib. 22, (2), 30-34, 1988.
- [12] Williams, J. E. F., "Anti-Sound - review lecture", Proc. R. Soc. Lond. A, 395, 63-88, 1984.
- [13] Ross, C. F., "An Adaptive Digital Filter for Broadband Active Sound Control". J. Sound Vib., 80, (3), 381-388, 1982.
- [14] Eriksson, L. J., "Active Sound Attenuation Using Adaptive Digital Signal Processing Techniques", Ph.D. thesis, University of Wisconsin-Madison, August 1985.
- [15] Doak, P. E., "Excitation, Transmission and Radiation of Sound from Source Distributions in Hard-Walled Ducts of Finite Length (1): The Effects of Duct Cross-Section Geometry and Source Distribution Space-Time Pattern", J. Sound Vib., 31, (1), 1-72, 1973.

- [16] Kazakia, J. Y., "A Study of Active Attenuation of Broadband Noise", J. Sound Vib., 110, (3), 495-509, 1986.
- [17] Munjal, M. L. and Eriksson, L. J., "Analysis of a Linear One-Dimensional Active Noise Control System by Means of Block Diagrams and Transfer Functions", J. Sound Vib., 129, (3), 443-455, 1989.
- [18] Leitch, R. R. and Tokhi, M. O., "Active Noise Control Systems", Proc. IEE, 134, Pt. A, 6, 525-545, June 1987.
- [19] Eriksson, L. J., Allie, M. C. and Greiner, R. A., "The Selection and Application of An IIR Adaptive Filter for Use in Active Sound Attenuation", IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. ASSP, 35, (4), 433-437, 1987.
- [20] Eriksson, L. J., "Development of the Filtered-U Algorithm for Active Noise Control", J. Acoust. Soc. Am., 89, (1), 257-265, January 1991.
- [21] Eriksson, L. J. and Allie, M. C., "Use of Random Noise for On-Line Transducer Modeling in An Adaptive Active Attenuation System", J. Acoust. Soc. Am., 85, (2), 797-802, February 1989.
- [22] Allie, M. C., Bremigan, C. D., Eriksson, L. J. and Greiner, R. A., "Hardware and Software Considerations for Active Noise Control", Proc. IEEE, ICASSP 88, New York, 1988.

- [23] Detzky, A. G., "Synthesis of Recursive Digital Filters Using the Minimum  $p$ -Error Criterion", IEEE Trans. Audio Electroacoust., AU-20, (4), 257-263, 1972.
- [24] Ljung, L., "System Identification", Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall Inc., 1987.
- [25] Åström, K. J. and Eykhoff, P., "System Identification - A Survey", Automatica, 7, 123-162, 1971.
- [26] Fletcher, H. and Munson, W, A., "Loudness, Its Definition, Measurement and Calculation", J. Acoust. Soc. Am., 5, pag. 82, October 1933.
- [27] Ljung, L. and Söderström, T., "Theory and Practice of Recursive Identification", Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1983.
- [28] Widrow, B. and Stearns, S. D., "Adaptive Signal Processing", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.
- [29] Treichler, J. R., Johnson, C. R. and Larimore, M. G., "Theory and Design of Adaptive Filters", John Wiley & Sons, Inc., 1987.
- [30] White, S. A., "An Adaptive Recursive Digital Filter", Proc. 9th Asilomar Conf. on Circuits, Systems and Computers, Pacific Grove, Calif., 21-25, November 1975.

- [31] Feintuch, P. L., "An Adaptive Recursive LMS Filter", Proc. IEEE, 64, (11), 1622-1624, 1976.
  
- [32] Johnson Jr., C. R. and Larimore, M. G., "Comments on and Additions to 'An Adaptive Recursive LMS Filter'", Proc. IEEE, 65, (9), 1399-1402, 1977.
  
- [33] Widrow, B. and McCool, J. M., "Comments on 'An Adaptive Recursive LMS Filter'", Proc. IEEE, 65, (9), 1402-1404, 1977.
  
- [34] Haykin, S., "Adaptive Filter Theory", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.
  
- [35] Oppenheim, A. V. and Schaffer, R. W., "Digital Signal Processing", Prentice-Hall, International Editions, 1975.
  
- [36] Rabiner, L. R. and Gold, B., "Theory and Application of Digital Signal Processing", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
  
- [37] Massarani, P. M., "Controle Ativo de Ruído em Dutos", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Dezembro - 1990

## GLOSSÁRIO

### 1. COMPONENTES DO SISTEMA DE CONTROLE DE RUÍDO EM DUTOS

*P* - Fonte primária de ruído.

*S* - Fonte secundária (alto-falante).

*D* - Microfone detetor.

*O* - Microfone observador.

*C* - Controlador (filtro).

### 2. SINAIS

#### 2.1 ELÉTRICOS

$a(t)$  - Sinal elétrico fornecido a/por um transdutor.

$p(t)$  - Sinal elétrico aplicado à fonte primária.

$s(t)$  - Sinal elétrico aplicado à fonte secundária.

$d(t)$  - Sinal elétrico fornecido pelo microfone detetor.

$o(t)$  - Sinal elétrico fornecido pelo microfone observador.

#### 2.2 ACÚSTICOS

$a'(t)$  - Sinal acústico junto a um transdutor.

$p'(t)$  - Sinal acústico fornecido pela fonte primária.

$s'(t)$  - Sinal acústico fornecido pela fonte secundária.

$d'(t)$  - Sinal acústico junto ao microfone detetor.

$o'(t)$  - Sinal acústico junto ao microfone observador.

### 3. SISTEMAS LINEARES COM UMA ENTRADA E UMA SAÍDA

Sistemas lineares possuindo uma entrada e uma saída serão indicados através de suas respostas impulsiais ou por suas funções de transferência.

#### 3.1 SISTEMAS ELÉTRICOS (ENTRADA E SAÍDA SÃO SINAIS ELÉTRICOS)

$T_{ab}()$  - Transferência do sistema que conecta os sinais elétricos  $a(t)$  e  $b(t)$ .

$T_{po}()$  - Transferência do sistema  $p(t) \rightarrow o(t)$ .

$T_{pd}()$  - Transferência do sistema  $p(t) \rightarrow d(t)$ .

$T_{so}()$  - Transferência do sistema  $s(t) \rightarrow o(t)$ .

$T_{sd}()$  - Transferência do sistema  $s(t) \rightarrow d(t)$ .

$t_{ab}(t)$  - Resposta impulsional do sistema que conecta os sinais elétricos  $a(t)$  e  $b(t)$ .

$t_{po}(t)$  - Resposta impulsional do sistema  $p(t) \rightarrow o(t)$ .

$t_{pd}(t)$  - Resposta impulsional do sistema  $p(t) \rightarrow d(t)$ .

$t_{so}(t)$  - Resposta impulsional do sistema  $s(t) \rightarrow o(t)$ .

$t_{sd}(t)$  - Resposta impulsional do sistema  $s(t) \rightarrow d(t)$ .

#### 3.2 TRANSDUTORES ELETRO-ACÚSTICO

$L_{ao}()$  - Transferência do sistema que conecta o sinal elétrico  $a(t)$  ao sinal acústico junto ao cone do alto-falante. Definida com o alto-falante sem carga (em aberto).

$L_{p0}()$  - Transferência do sistema eletro-acústico (alto-falante) que compõe a fonte primária.

$L_{s0}()$  - Transferência do sistema eletro-acústico (alto-falante) que compõe a fonte secundária.

$l_{a0}(t)$  - Resposta impulsional do sistema que conecta o sinal elétrico  $a(t)$  ao sinal acústico junto ao cone do alto-falante.  
Definida com o alto-falante sem carga (em aberto).

$l_{p0}(t)$  - Resposta impulsional do sistema eletro-acústico (alto-falante) que compõe a fonte primária.

$l_{s0}(t)$  - Resposta impulsional do sistema eletro-acústico (alto-falante) que compõe a fonte secundária.

### 3.3 TRANSDUTORES ACÚSTICO-ELÉTRICO

$M_a()$  - Transferência do sistema que conecta o sinal acústico  $a'(t)$  e o sinal elétrico  $a(t)$ .

$M_d$  - Transferência do sistema acústico-elétrico (microfone) detetor.

$M_o$  - Transferência do sistema acústico-elétrico (microfone) observador.

$m_a(t)$  - Resposta impulsional do sistema que conecta o sinal acústico  $a'(t)$  e o sinal elétrico  $a(t)$ .

$m_d(t)$  - Resposta impulsional do sistema acústico-elétrico (microfone) detetor.

$m_o(t)$  - Resposta impulsional do sistema acústico-

elétrico (microfone) observador.

#### 4.5 CONTROLADOR (FILTRO)

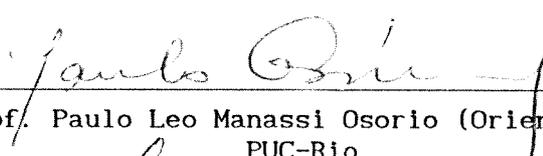
$C(s)$  - Transferência do filtro usado como controlador

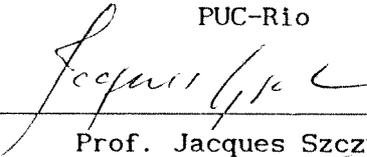
$c(t)$  - Resposta impulsional do filtro usado como controlador

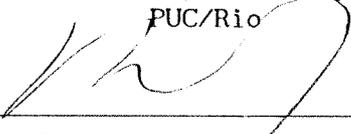
Nesta lista quando cita-se alto-falantes, já incluem-se os pré-amplificadores/filtros e os amplificadores de potência que os exitam. Similarmente, quando cita-se microfones, já incluem-se os pré-amplificadores/filtros que os seguem.

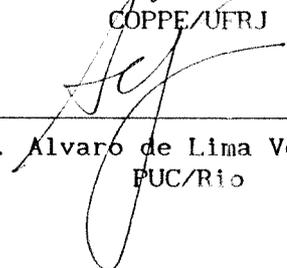
Síntese de Controladores Ativos de Ruídos em Dutos

Dissertação de Mestrado apresentada por **Marcos Vinicius da Silva Nóbrega** em 15 de Janeiro de 1993 ao Departamento de Engenharia Elétrica da Puc-Rio e aprovada pela Comissão Julgadora formada pelos seguintes professores.

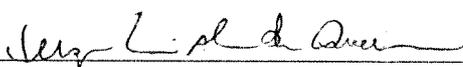
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Paulo Leo Manassi Osorio (Orientador)  
PUC-Rio

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Jacques Szczupak  
PUC/Rio

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Moyses Zindeluk  
COPPE/UFRJ

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Alvaro de Lima Veiga Filho  
PUC/Rio

Visto e permitida a impressão  
Rio de Janeiro, 15/03/93

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Sérgio Luiz Alves de Queiroz  
Coordenador dos Programas de Pós-Graduação do  
Centro Técnico Científico